TESIS DE DOCTORADO EN FÍSICA

DINÁMICA DE NO EQUILIBRIO EN SISTEMAS DE VÓRTICES EN SUPERCONDUCTORES

Alejandro B. Kolton

Daniel Domínguez	**Alejandro B. Kolton**	**Francisco de la Cruz**
DIRECTOR	DOCTORANDO	ASESOR CIENTÍFICO

Mayo del 2003

Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
Comisión Nacional de Energía Atómica
República Argentina

RESUMEN

En esta tesis estudiamos numéricamente los regímenes dinámicos estacionarios de no equilibrio de redes de vórtices impulsadas en films superconductores delgados y en superconductores laminares fuertemente anisotrópicos con desorden. Analizamos la mecánica estadística de no equilibrio y caracterizamos las fases y transiciones dinámicas con propiedades experimentalmente accesibles. Estudiamos además la dinámica de no equilibrio de relajación de un sistema de electrones fuertemente localizados en un aislador de Anderson.

En films superconductores bidimensionales encontramos que por encima de la corriente crítica F_c hay dos transiciones de fase dinámicas en F_p y F_t, las cuales podrían ser observadas mediante mediciones simultáneas del voltaje longitudinal y del voltaje transversal o Hall. En F_p hay una transición de un régimen de flujo plástico a un régimen de flujo esméctico donde el ruido en el voltaje es isotrópico (ruido Hall = ruido longitudinal), y hay un pico en la resistencia diferencial. En F_t hay una transición brusca a un sólido transversal congelado donde el ruido Hall cae abruptamente y el movimiento de vórtices se localiza en la dirección transversal.

Encontramos escalones de *mode-locking* en las características corriente-voltaje cuando se aplica una corriente ac paralela o perpendicular a la corriente dc. Para bajas frecuencias hay mode-locking por encima de una amplitud ac finita, mientras que para altas frecuencias hay mode-locking para cualquier fuerza ac pequeña. Esto está correlacionado con la naturaleza del *orden temporal* longitudinal y transversal en los diferentes regímenes en ausencia de la fuerza ac. El estado sincronizado es un sólido congelado anclado en el sistema de referencia de centro de masa. En el caso de ac longitudinal el desanclaje del escalón muestra flujo plástico e histéresis.

A partir de una relación de fluctuación-disipación generalizada calculamos una *temperatura efectiva transversal* en la fase fluída en movimiento. Encontramos que la temperatura efectiva decrece incrementando la fuerza impulsora y es aproximadamente igual a la temperatura de fusión de equilibrio del sistema sin anclaje cuando ocurre el congelamiento transversal dinámico. También discutimos como la temperatura efectiva podría ser medida experimentalmente a partir de una fórmula de Kubo generalizada.

Estudiamos los regímenes dinámicos en tres dimensiones de vórtices impulsados en superconductores fuertemente laminares con anclaje fuerte. Por encima de la corriente crítica F_c, encontramos un régimen de flujo plástico en el cual panqueques de distintos planos están desacoplados, correspondiendo a un gas de panqueques. A una fuerza más alta F, hay un régimen de flujo esméctico con orden inter-capa de corto alcance, correspondiendo a un líquido de líneas enredado. A una fuerza aún más alta, los desplazamientos transversales se congelan y los vórtices se correlacionan a lo largo del eje-c, resultando un sólido transversal. Finalmente, a una fuerza F_s los desplazamientos longitudinales se congelan y encontramos un sólido coherente de líneas rígidas.

Estudiamos la relajación lenta de no equilibrio de electrones en un aislador de Anderson mediante simulaciones de Monte Carlo del modelo del *vidrio de Coulomb* de Efros y Schklovskii. Las funciones de correlación de dos tiempos $C(t, t_w)$ muestran que a temperaturas bajas el sistema cae fuera de equilibrio y presenta envejecimiento simple, $C(t, t_w) \sim f(t/t_w)$, donde t_w es el tiempo de espera o "edad" del sistema. Aumentando la temperatura la estacionaridad se recupera luego de un largo crossover. Los resultados obtenidos están de acuerdo con experimentos recientes en semiconductores dopados y podrían también describir la relajación del vidrio de Bose de vórtices en superconductores con defectos columnares, en el régimen de variable-range-hopping, para campos magnéticos $H_{c1} \ll B < B_\Phi$, donde B_Φ es el campo de encaje.

ABSTRACT

In this thesis we study numerically the non-equilibrium dynamical regimes of driven vortex lattices in thin film superconductors and strongly layered superconductors with disorder. We analize the non equilibrium statistical mechanics and caracterize the different dynamical phases and transitions with properties experimentally accesible. We have also studied the non-equilibrium non-stationary dynamics of an electron system with strongly localized electronic states in an Anderson insulator.

In thin film superconductors we find that above the critical force F_c there are two dynamical phase transitions at F_p and F_t, which could be observed in simultaneous measurements of the longitudinal and Hall voltage. At F_p there is a transition from plastic flow to smectic flow, where the voltage noise is isotropic (Hall noise = longitudinal noise), there is a peak in the differential resistance and the transverse diffusion constant is maximun. At F_t there is a sharp transition to a frozen transverse solid, where the Hall noise falls abruptly and vortex motion is localized in the transverse direction.

We find mode-locking steps in current-voltage characteristics of ac-driven vortex lattices with random pinning, both when the ac-current is perpendicular or parallel to the dc-current. For low frequencies there is mode-locking above a finite ac-force amplitude, while for large frequencies there is mode-locking for any small ac-force. This is correlated with the nature of temporal order in the different regimens in the absence of ac drive. The mode-locked state is a frozen solid pinned in the moving frame of reference, and the depinning from the step shows plastic flow and hysteresis.

We also study correlation and response functions in nonquilibrium driven vortex lattices with random pinning. From a generalized fluctuation-dissipation relation, we calculate an effective tranverse temperature in the fluid moving phase. We find that the effective temperature decreases with increasing driving force and becomes equal to the equilibrium melting temperature when the dynamic transverse freezing occurs. We also discuss how the effective temperature can be measured experimentally from a generalized Kubo formula.

We have also studied a three-dimensional model of driven vortices in weakly coupled layered superconductors with strong pinning. Above the critical force F_c, we find a plastic flow regime in which pancakes in different layers are uncoupled, corresponding to a pancake gas. At a higher F, there is a smectic flow regime with short-range interlayer order, corresponding to an entangled line liquid. Later, the transverse displacements freeze and vortices become correlated along the c-axis, resulting in a transverse solid. Finally, at a force F_s, the longitudinal displacements freeze and we find a coherent solid of rigid lines.

To finish we have studied the non-equilibrium relaxation in disordered systems with strongly localized electronic states using Monte Carlo simulations of the Coulomb glass Efros-Schklovsky model. Studying two-time correlation functions $C(t, t_w)$ we find that at low tempertures the systems falls out of equilibrium and there is simple aging, $C(t, t_w) \sim f(t/t_w)$, where t_w is the waiting time or "age" of the system. Aging effects disappear with increasing temperature, and stationarity is recovered after a long crossover. Our results agree with recent experiments in doped semiconductors and could describe also relaxation in the variable-range-hopping regime of the Bose glass phase of vortices in superconductors with columnar defects, for magnetic fields $H_{c1} \ll B < B_\Phi$, where B_Φ is the matching field.

Contenidos

1 Introducción **11**

1.1 Vórtices en superconductores 12
1.2 Materia de vórtices 16
1.2.1 Vórtices en superconductores isotrópicos continuos 17
1.2.2 Vórtices panqueque en superconductores laminares 20
1.2.3 Interacciones entre vórtices: modelos de partículas 21
1.2.4 Movimiento: fuerza de Lorentz, anclaje y disipación 24
1.3 Modelos de dinámica de Langevin de partículas 30
1.3.1 Films superconductores delgados 30
1.3.2 Superconductores laminares fuertemente anisotrópicos 31
1.4 Organización de la tesis 33

2 Regímenes dinámicos de no equilibrio de vórtices **35**

2.1 Discusión general del problema 35
2.2 Fusión dinámica de la red de vórtices 43
2.3 Mediciones de transporte 46
2.4 Estructura dinámica de la red de vórtices 47
2.5 Fin del cristal en movimiento: ¿qué hay a cambio? 50

3 Congelamiento transversal en redes de vórtices impulsadas **63**

3.1 Motivación 63
3.2 Método 64
3.3 Resultados 64
3.3.1 Regímenes dinámicos 64
3.3.2 Fluctuaciones temporales: Ruido en el voltaje y difusión . . . 69
3.4 Discusión 72
3.4.1 Modelo para la difusión anómala longitudinal 72
3.4.2 Propiedades del sólido transversal 75
3.4.3 Analogía con líquidos sobreenfriados 76
3.4.4 Fases dinámicas en dos dimensiones 77
3.4.5 Naturaleza de la fase veloz 78
3.4.6 Comportamiento a temperatura finita 79
3.4.7 Comparación con resultados experimentales 81
3.5 Conclusiones 83

4 Vórtices impulsados en superconductores laminares: ordenamiento dinámico en el eje-c **85**
4.1 Motivación . . . 86
4.2 Método . . . 86
4.3 Resultados . . . 87
4.3.1 Regímenes dinámicos . . . 87
4.3.2 Correlaciones estructurales y dinámicas sobre los planos . . . 88
4.3.3 Ordenamiento dinámico y fluctuaciones en el eje-c . . . 90
4.4 Discusión . . . 94
4.4.1 Efecto del acoplamiento magnético entre planos . . . 94
4.5 Conclusiones . . . 95

5 Sincronización temporal en redes de vórtices impulsadas **97**
5.1 Motivación . . . 97
5.2 Método . . . 99
5.3 Mode-Locking longitudinal: $\mathbf{F}_{dc} \parallel \mathbf{F}_{ac}$ . . . 99
5.3.1 Orden temporal a $F_{ac} = 0$ y mode-locking . . . 99
5.3.2 Dinámica y estructura en los escalones de mode-locking . . . 102
5.3.3 Dependencia con amplitud y frecuencia ac . . . 106
5.4 Mode-locking transversal: $\mathbf{F}_{dc} \perp \mathbf{F}_{ac}$ . . . 106
5.4.1 Orden temporal a $F_{ac} = 0$ y mode-locking . . . 106
5.4.2 Trayectorias y respuesta espectral . . . 107
5.4.3 Dependencia con frecuencia y amplitud ac . . . 109
5.5 Discusión . . . 109
5.5.1 Un modelo simple para describir los escalones . . . 109
5.5.2 Orden temporal . . . 114
5.5.3 Efectos no lineales de la fuerza alterna . . . 115
5.5.4 Resultados experimentales importantes de último momento . . . 115
5.6 Conclusiones . . . 119

6 Temperatura efectiva en redes de vórtices impulsadas **121**
6.1 Motivación . . . 121
6.2 Método . . . 122
6.3 Resultados . . . 125
6.3.1 Relaciones de fluctuación-disipación . . . 125
6.3.2 Temperatura efectiva transversal . . . 127
6.3.3 Temperatura efectiva a partir de un observable experimentalmente accesible . . . 128
6.4 Discusión . . . 130
6.4.1 Comparación con la temperatura de "shaking" . . . 130
6.4.2 Temperatura efectiva de vórtices no interactuantes . . . 130
6.4.3 Se puede definir $T^x_{\mathtt{ef}}$ a altas velocidades? . . . 140
6.4.4 Conclusiones . . . 143

7 Relajación fuera del equilibrio en sistemas desordenados con estados fuertemente localizados 145
7.1 Introducción . . . 145
7.2 Electrones localizados interactuantes . . . 146
7.2.1 *gap* de Coulomb . . . 146
7.2.2 Conductividad . . . 149
7.2.3 Vidrio de electrones . . . 150
7.3 Motivación . . . 152
7.3.1 Dinámica lenta de no equilibrio, ¿de electrones? . . . 152
7.3.2 Analogía entre el vidrio de electrones y el vidrio de vórtices . 155
7.4 Modelo y método . . . 159
7.5 Resultados . . . 161
7.5.1 Densidad de estados de una partícula . . . 162
7.5.2 Función de correlación de dos tiempos . . . 162
7.6 Discusión y Conclusiones . . . 166

8 Conclusiones generales 167

Capítulo 1

Introducción

Esta tesis trata sobre algunos aspectos fenomenológicos de los superconductores tipo II desordenados que tienen directa relación con la dinámica colectiva de no equilibrio de redes de vórtices. Pretendemos describir a la "materia de vórtices" fuera de equilibrio, cuando es impulsada por corrientes externas aplicadas. En nuestro estudio nos hemos concentrado en aquellas propiedades que son debidas a la dinámica de un número grande de vórtices y que pueden ser explicadas (o quizá predichas!) reduciendo la extraordinaria complejidad física que subyace a la existencia de una red de vórtices en un material superconductor, a la de una mucho más simple física efectiva. Esta física efectiva describe el movimiento de un conjunto de objetos clásicos bien definidos, interactuando entre sí, con campos externos y con el medio desordenado que los sustenta. Esta simplificación, además de hacer numéricamente más tratable el problema, hace más evidente la relación entre la física de no equilibrio de vórtices con la de otros sistemas desordenados con muchos grados de libertad.

Dedicamos la sección 1.1 de este capítulo introductorio a contar brevemente algunos de los avances más importantes logrados hasta el día de hoy en el estudio de la intrigante pero experimentalmente muy accesible "materia de vórtices". En la sección 1.2 presentamos y discutimos brevemente la justificación fenomenológica de los modelos para la dinámica de vórtices puntuales que usamos en esta tesis: vórtices impulsados en films superconductores delgados y vórtices panqueque impulsados en superconductores laminares fuertemente anisotrópicos. En la sección 1.3 presentamos los dos modelos de dinámica de Langevin de partículas interactuantes que usamos para las simulaciones numéricas. En la sección 1.4 describimos la organización de esta tesis.

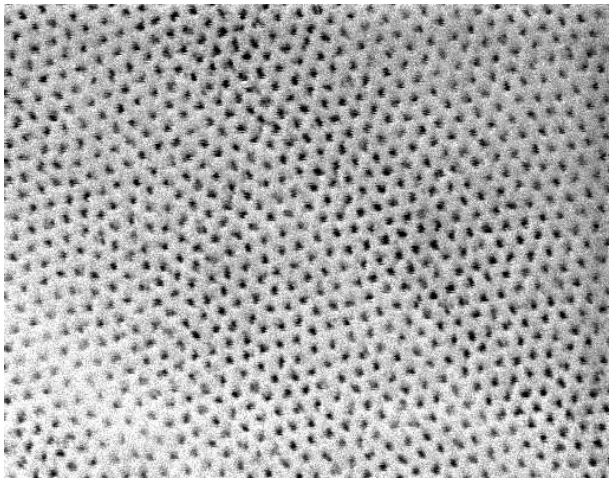


Figura 1.1: Imagen de una red de vórtices en $NbSe_2$ tomada en el laboratorio de bajas temperaturas del Centro Atómico Bariloche usando la técnica de decoración de Bitter. Tomada por Yanina Fasano [4].

1.1 Vórtices en superconductores

Desde el descubrimiento de la *superconductividad* por Kammerlingh Onnes en 1911, muchas generaciones de físicos le han dedicado atención al fenómeno. En 1935 Fritz y Heinz London desarrollaron una teoría fenomenológica que describe exitosamente la conductividad perfecta y el diamagnetismo perfecto de los superconductores, basándose en relaciones constitutivas adecuadas para su descripción electrodinámica [1]. En 1950 Fritz London muestra que esta teoría podría ser originada considerando a la superconductividad como un fenómeno donde el momento $\mathbf{p}$ de los portadores de carga tiene orden de largo alcance. La cuantización de Bohr-Sommerfeld en un toro $\int \mathbf{p_s} d\mathbf{s} = nh$ da lugar entonces a la denominada cuantización del fluxoide [1]. Ginzburg y Landau [2] combinaron la electrodinámica de los superconductores de London con la teoría de Landau de las transiciones de fase, creando una descripción fenomenológica mucho más poderosa de la superconductividad. En esta teoría la simetría rota en la transición al estado superconductor es la simetría de calibre $U(1)$ de un parámetro de orden complejo Ψ.

Usando la teoría de Ginzburg-Landau, Abrikosov [3] muestra en 1957 que existe una segunda clase de superconductores donde el campo magnético (si es suficientemente grande) puede penetrar en la muestra como tubos de flujo cuantizado que toman la forma de *líneas de vórtice*. Las mismas minimizan la energía de interacción arreglándose en una red triangular o "red de Abrikosov". En la figura 1.1 se muestra una imagen de la red de vórtices tomada con la técnica de decoración de Bitter (ver por ejemplo [4, 5]).

Los vórtices son responsables de que las propiedades de diamagnetismo y conductividad perfectas se encuentren reducidas[1] en los superconductores de "tipo II"

[1] En general podríamos decir que las propiedades de conductividad y diamagnetismo perfectos se pierden debido a la aparición de distintos tipos de estructuras magnéticas móviles inducidas por variados mecanismos.

(para diferenciarlos de los primeros superconductores "tipo I") en una amplia región del diagrama de fases campo magnético-temperatura ($H-T$) conocida como *estado mixto*. La fuente de *disipación* es el movimiento del núcleo normal de las líneas de vórtice, accionado por corrientes de transporte externas. En los superconductores tipo II puros en el estado mixto están rotas ambas, la simetría $U(1)$ y la traslacional continua. El efecto de las fluctuaciones térmicas en estos superconductores, estudiado ya en 1960, fue considerado despreciable debido a las grandes longitudes de correlación y bajas temperaturas de transición de los superconductores convencionales [6].

Las imperfecciones estáticas de los materiales superconductores tienden a anclar a los vórtices y por lo tanto representan un mecanismo posible para recuperar la conductividad perfecta si la corriente de transporte es lo suficientemente baja. Típicamente el desorden estático que presentan las muestras se puede modelar como un arreglo aleatorio de centros de *anclaje*. Aunque también es posible tener un tipo de anclaje correlacionado (natural durante el crecimiento de la muestra o inducido artificialmente), en esta tesis vamos a considerar solamente los efectos del ubicuo *desorden puntual descorrelacionado*. Una primera teoría del anclaje de líneas de vórtices aisladas por Anderson y Kim [7] muestra que, estríctamente, la disipación desaparece únicamente a $T = 0$, ya que saltos térmicamente activados de vórtices son posibles aún a muy bajas temperaturas conduciendo a una disipación finita. Larkin [8] extiende esta teoría de anclaje a la red de vórtices de Abrikosov mostrando que el orden de largo alcance es destruído. La presencia de desorden entonces convertiría al cristal de vórtices de Abrikosov en una estructura con longitudes de correlación finitas, asintóticamente indistinguible de un líquido anclado de vórtices.

El descubrimiento en 1986 de los superconductores de alta temperatura crítica por Bednorz y Müller [9] renovó enormemente el interés en la física de vórtices. Las pronunciadas anisotropías y elevadas temperaturas críticas que presentan estos nuevos materiales hacen que las fluctuaciones térmicas sean ahora relevantes en el estado mixto y que sea observada por ejemplo la fusión de la red de vórtices [10, 11]. La nueva fenomenología se combinó con los importantes avances logrados en el entendimiento de la física estadística de sistemas desordenados, como la de los vidrios de espín (ver por ejemplo [12]), o la de sistemas con campos aleatorios en general. Esto condujo a la revisión completa de la vieja imagen que había dejado Larkin dando lugar a la postulación de nuevas y exóticas fases de vórtices para superconductores limpios o impuros con distintos tipos de desorden. Estas fases son por ejemplo los líquidos de vórtices enredados y desenredados [13], y toda una variedad de vidrios de vórtices [14], como el vortex glass [15], el *Bragg glass* [16, 17], el Bose glass [18, 19]. Las propiedades dinámicas de los vórtices *cerca del equilibrio* son muy diferentes en cada una de las fases y por tanto sirven para caracterizar a estos nuevos líquidos y vidrios de vórtices (ver el review de Blatter *et al.* [14]).

Hasta aquí hemos mencionado los avances y la motivación para entender la física de equilibrio del sistema de vórtices con desorden. La *fisica de no equilibrio* de la red de vórtices por otro lado, sobre la que trata esta tesis, ha recibido paralelamente mucha atención desde hace mucho tiempo, motivada principalmente por las mediciones de transporte en superconductores. Hace 50 años Shoenberg notó que

las estructuras magnéticas en superconductores tipo I pueden ser inestables en presencia de una corriente eléctrica y Gorter propuso que el movimiento de las mismas es un mecanismo resistivo importante en estos superconductores [20]. Diez años más tarde Gorter [21] y Anderson [22] extienden este concepto a las estructuras magnéticas formadas por las líneas de vórtice en el estado mixto de superconductores tipo II y Kim *et al.* son los primeros en tener una evidencia experimental de esta predicción [23]. Una corriente eléctrica $\mathbf{J}$ produce una fuerza de Lorentz que puede mover a los vórtices con una velocidad media $\mathbf{v}$ y como consecuencia un campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}/c$ aparece: este fenómeno permite formular las primeras teorías del movimiento de redes vórtices a partir de mediciones de transporte. Estas teorías fueron desarrollándose para poder explicar principalmente curvas IV, mediciones de ruido, curvas de relajación magnética, asi como también para explicar la respuesta electromagnética de los superconductores tipo II ante distintos tipos de excitaciones con corrientes o campos externos dependientes del tiempo, etc. Un hito de este desarrollo lo marca la formulación de las teorías pioneras de Schmid y Hauger [24] y de Larkin y Ovchinikov [25], que fueron motivadas en particular por la observación de Fiory en 1971 de escalones en las curvas corriente-voltaje en films superconductores bajo la acción simultánea de corrientes continuas y alternas [26]. Estas son las primeras teorías dinámicas "microscópicas" (así nos referiremos al nivel de descripción de vórtices individuales), donde la energía total de anclaje es sensible a la estructura de la red de vórtices y a la naturaleza del desorden y se consideran las ecuaciones de movimiento acopladas de vórtices individuales. Sin embargo en estas teorías pioneras sólo se analiza el caso de *supuestas* redes elásticas de vórtices en movimiento, en condiciones de desorden débil, dejando en estado de latencia otra interesante fenomenología (de efectos colectivos), que como veremos más adelante, es la que motiva todo el trabajo de esta tesis.

Como mencionamos antes, el descubrimiento de los superconductores de alta temperatura crítica trajo consigo el interés por conocer la física estadística de equilibrio de los vórtices. También motivó el interés por conocer la *física estadística de no equilibrio* del sistema de vórtices, ya que se hizo en seguida necesario entender que clase de *efectos dinámicos colectivos* podían ocurrir en la red de vórtices en movimiento sobre un potencial desordenado cuando hay fluctuaciones térmicas. En 1993 Bhattacharya y Higgins observaron efectos drámaticos cerca del denominado efecto pico, lo que los condujo a la construcción de un *diagrama de fases dinámico* experimental [27]. La interpretación de tal diagrama se vió enriquecida por un resultado experimental obtenido 20 años atrás por Thorel [28], quien haciendo difracción de neutrones había obtenido evidencia del desarrollo de correlaciones posicionales entre los vórtices incrementando la corriente de transporte. En 1994, Koshelev y Vinokur [29] proponen el primer modelo *fenomenológico* de una transición de *fusión dinámica de la la red de vórtices*, haciendo una analogía entre el sistema de vórtices fuera del equilibrio y un sistema de vórtices en equilibrio con una temperatura ficticia, temperatura que incorporaría en principio *todo* el efecto del desorden estático sobre la red en movimiento. Este trabajo abrió toda una línea de trabajo experimental, teórico y de simulación numérica, línea en la que se encuadra el trabajo de investigación de esta tesis.

Gracias al uso de nuevos conceptos y de técnicas más poderosas de cálculo, ge-

neralmente desarrolladas anteriormente para el estudio de otros sistemas afines, se han hecho importantes avances sobre el modelo fenomenológico pionero de Koshelev y Vinokur [29] sobretodo en la descripción a gran escala de la red de vórtice. Sin embargo, la naturaleza de las posibles *fases y transiciones dinámicas de no equilibrio* de la red de vórtices sigue siendo hoy, una cuestión controversial, tanto desde el punto de vista teórico como experimental. En función de la corriente externa, la temperatura, la amplitud del desorden y la dimensionalidad, han sido propuestas teóricamente diversas fases dinámicas posibles, con propiedades distintivas, donde los vórtices en movimiento forman estructuras anisotrópicas con orden de largo, cuasi-largo o corto alcance y donde el flujo de la red puede ser elástico, plástico o una combinación de ambos. La controversia teórica, claro está, tiene su origen en que fases dinámicas con propiedades incompatibles han sido predichas para las mismas condiciones o rango de parámetros externos. Por otro lado, nuevas observaciones experimentales tales como los efectos de metaestabilidad e historia, o como los efectos dinámicos inducidos por los bordes de las muestras superconductoras, generaron, además de más cuestiones a resolver, una actitud más prudente a la hora de interpretar los resultados experimentales en favor de una u otra teoría. Las simulaciones numéricas por último, que muchas veces cumplen un rol de "intermediario" entre teorías analíticas y experimentos, pueden generar también resultados aparentemente ambiguos. Quizá una de las cuestiones emergentes más importantes y no triviales al respecto sea la de conocer mejor como son los efectos de tamaño y tiempo finitos en situaciones de no equilibrio. La comprensión de la física de no equilibrio de la red de vórtices en superconductores desordenados es por tanto un desafío muy actual, que nos exige, no sólo de más refinamientos en los experimentos, teorías y simulaciones numéricas sino también resolver algunas cuestiones fundamentales.

Para concluir esta breve introducción general vale la pena remarcar que el estudio de los sistemas de vórtices fuera del equilibrio tiene muchas motivaciones generales desde el punto de vista de la investigación básica: (i) La creación de conceptos y herramientas generales para describir materia condensada fuera del equilibrio en presencia de desorden es un importante desafío teórico. (ii) Los sistemas de vórtices son sistemas experimentalmente únicos de la materia condensada, donde se puede variar fácilmente la densidad, introducir controladamente fuerzas externas y perturbaciones de distinto tipo, y estudiar el efecto combinado del desorden y las fluctuaciones térmicas. (iii) Muchos otros sistemas físicos presentan una física efectiva similar: redes de junturas Josephson, paredes de dominio magnéticas, líneas de contacto de mojado, coloides, burbujas magnéticas, cristales líquidos, ondas de densidad de carga, cristales de Wigner de electrones, líquidos de Luttinger, crecimiento de superficies de cristales, paredes de dominio en sólidos inconmensurados, etc.[30, 31, 32]

1.2 Materia de vórtices

Sistemas físicos analizables en términos de un conjunto de muchos cuerpos interactuantes impulsados a través de medios desordenados se encuentran muy a menudo en la naturaleza, y creo que bastan unas pocas observaciones muy generales para convencernos que la descripción física fenomenológica de tales sistemas puede llegar a ser extremadamente rica. El enfoque fenomenológico exige situarnos a una escala de tiempo, longitud y energía dadas. Esto hace que la física efectiva que describe la interacción de un cuerpo con los demás, con los campos externos y con el medio, así como a las leyes dinámicas que rigen el movimiento, pueda ser muy particular. El propio modelado del sistema en términos de determinados cuerpos de cierta permanencia y distinguibilidad, interactuando entre sí y moviéndose en un medio dado, con el que intercambia energía de una determinada forma, depende de esta física efectiva. Los "cuerpos" en cuestión pueden ser entonces objetos de variada complejidad y, según el caso, sus grados de libertad internos pueden ser relevantes o irrelevantes para describir, al nivel de descripción deseado, el transporte de toda la estructura bajo la acción de una fuerza impulsora. Es más, aún cuando la "permanencia" de los cuerpos esté garantizada, según la situación, podría ocurrir que la distinguibilidad de los mismos se pierda (como sucede por ejemplo con sistemas de partículas idénticas en física cuántica o más en general con cuerpos que son en el fondo excitaciones más o menos localizadas de algún campo). Por último notemos que por más débil que sea el *desorden estático* en el medio, cumple una función crucial: *el desorden rompe la simetría de traslación*, haciendo que hasta una traslación uniforme del sistema sea en principio algo no trivial, generando una competencia dinámica entre las distintas escalas de energía del sistema.

El sistema de vórtices en superconductores es sin duda un ejemplo paradigmático de la clase de sistemas arriba mencionado. Los vórtices pueden ser descriptos como "cuerpos" interactuantes bien definidos en una amplia región del diagrama de fases de los superconductores tipo II, y pueden ser impulsados por corrientes externas en el medio constituído por el material superconductor desordenado, con el que también interactúa e intercambia energía. Aunque el sistema de vórtices deba su existencia al complejo fenómeno cuántico macroscópico de la superconductividad, la simple física efectiva que los describe como objetos clásicos interactuantes alcanza para entender y predecir bien muchas propiedades observables experimentalmente en superconductores que involucran muchos vórtices. Bajo esta perspectiva hemos desarrollado nuestro trabajo de investigación.

Para construir un modelo simple para el transporte de vórtices necesitamos saber: (i) como se define un vórtice, cuales son sus grados de libertad internos, cual es su estabilidad y bajo qué condiciones existen; (iii) como interactúan los vórtices entre sí; (iv) como interactúan con una corriente externa; (ii) como interactúan con el medio desordenado; (v) como se mueven e intercambian energía con el medio desordenado. (vi) como está descripto el desorden. En las siguientes secciones pretendemos responder brevemente estas cuestiones, basándonos en la fenomenología básica de superconductores. La teoría de Ginzburg-Landau en la aproximación de London es un punto de partida muy conveniente, pero para responder todas las cuestiones es necesario suplementarla con algunos resultados de teorías dependien-

tes del tiempo. Las secciones siguientes pretenden servir como una referencia o guía rápida a la fenomenología que hay por detrás de los modelos. Para más detalles recomendamos consultar las referencias [14, 33, 34, 35] por ejemplo.

1.2.1 Vórtices en superconductores isotrópicos continuos

En la teoría fenomenológica de Ginzburg y Landau un parámetro de orden complejo $\Psi(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|e^{i\phi(\mathbf{r})}$ se acopla en forma invariante de medida con el campo magnético, descripto por el potencial vector $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. La densidad de portadores de carga superconductores $n_s(\mathbf{r})$ (o pares de Cooper) de la teoría de London [1] está dada por $n_s(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2$. La funcional de energía libre de Ginzburg-Landau [2] está básicamente dada por

$$H_{GL} = \int d^d r \left\{ \alpha|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2 + \frac{|\mathbf{B}|^2}{8\pi}\right\} \tag{1.1}$$

donde $\beta > 0$, $\alpha(T) \propto (T - T_{c0})$, T_{c0} es la temperatura de transición de campo medio, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ es el campo magnético, y m^*, e^* son la masa y la carga de un par de Cooper respectivamente. La energía libre 1.1 posee dos longitudes características, la longitud de coherencia ξ y la longitud de penetración λ que están dadas por

$$\xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha(T)|} \tag{1.2}$$

$$\lambda^2(T) = \frac{m^* c^2}{4\pi|\Psi_0|^2 e^{*2}} \tag{1.3}$$

donde $|\Psi_0|^2 = |\alpha|/\beta$ denota el valor de saturación de $|\Psi|^2$ en un estado homogéneo para $T < T_{c0}$ y $\mathbf{B} = \mathbf{0}$. En una *teoría de campo medio* la energía de ec.1.1 se minimiza respecto de los campos $\Psi(\mathbf{r})$ y $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ dando lugar a las ecuaciones diferenciales de Ginzburg-Landau [2] para $\Psi(\mathbf{r})$ y $\mathbf{A}(\mathbf{r})$,

$$\alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi + \frac{1}{2m^*}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi = 0 \tag{1.4}$$

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi}\nabla \times \mathbf{B} = \frac{e^*}{m^*}|\Psi|^2\left(\hbar\nabla\phi - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right) \tag{1.5}$$

Las soluciones de estas ecuaciones pueden ser claramente separadas por el valor de $\kappa = \lambda/\xi$. Para $\kappa < 1/\sqrt{2}$ (superconductores tipo I) la teoría de campo medio da lugar para $T < T_{c0}$ y $H < H_c(T)$ a una fase sin resistencia y perfectamente diamagnética (estado Meissner). Para $\kappa > 1/\sqrt{2}$ (supercondcutores tipo II) el diamagnetismo perfecto existe sólo hasta el campo $H_{c1} \approx (H_{c2}/2\kappa^2)(\ln\kappa + 0.08)$ donde $H_{c2} = \Phi_0/2\pi\xi^2$ es el campo crítico superior por encima del cual el material se vuelve normal. Por encima de H_{c1} el flujo magnético penetra cuantizado en forma de *líneas de vórtice*, cada una llevando el cuanto de flujo $\Phi_0 = hc/e^*$, en una región

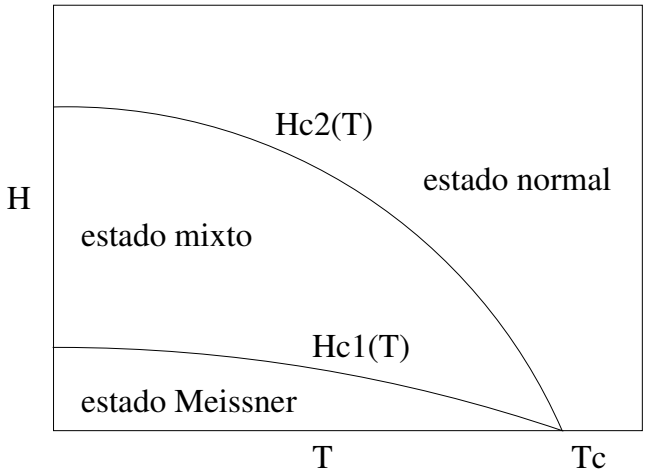


Figura 1.2: Diagrama de fases de campo medio de un superconductor tipo II. En el estado mixto el campo magnético induce la formación de una red de vórtices (ver figura 1.1.

del diagrama de fases que se conoce como *estado mixto*. En ausencia de desorden las líneas de vórtice forman la red triangular de Abrikosov con parámetro de red $a_0 = (2/\sqrt{3})^{1/2}(\Phi_0/B)^{1/2}$. El diagrama de fases $H-T$ de campo medio se muestra en la figura 1.2 y la estructura de un vórtice aislado en la figura 1.3.

Las líneas de vórtice son defectos topológicos del parámetro de orden superconductor, energéticamente favorables y estables en el estado mixto, cuando la magnitud del campo magnético aplicado H cumple $H_{c1} < H < H_{c2}$. Sin embargo, hay que tener en cuenta que éste es un resultado de campo medio, obtenido de las ecuaciones 1.5 que minimizan la funcional de Ginzburg-Landau. En esta aproximación las fluctuaciones térmicas afectan al parámetro de orden sólo uniformemente, a través de la dependencia con temperatura de los parámetros α y β en la energía libre de Ginzburg-Landau. Las fluctuaciones espaciales del parámetro de orden en esta aproximación son debidas únicamente a la presencia del potencial vector $\mathbf{A}$. En superconductores de alta T_c sin embargo, las fluctuaciones térmicas pueden llegar a ser muy importantes dando lugar a fluctuaciones de vida media finita del módulo del parámetro en forma forma de "loops" de líneas de vórtice o pares vórtice-antivórtice. Cabe mencionar que además de las fluctuaciones térmicas existen otros mecanismos (por ejemplo con desorden estático y grandes corrientes aplicadas) que también pueden dar lugar a este tipo de excitaciones no descriptas en la aproximación de campo medio. En esta tesis vamos a concentrarnos en situaciones donde los efectos mencionados son despreciables, siendo los vórtices objetos bien definidos inducidos únicamente por el campo magnético aplicado. Los efectos térmicos nos van a interesar sólo en relación a la dinámica de líneas de vórtice estables.

Para tratar el sistema de vórtices han sido usadas principalmente dos aproximaciones: la del nivel de Landau mas bajo, válida suficientemente cerca de H_{c2} y la

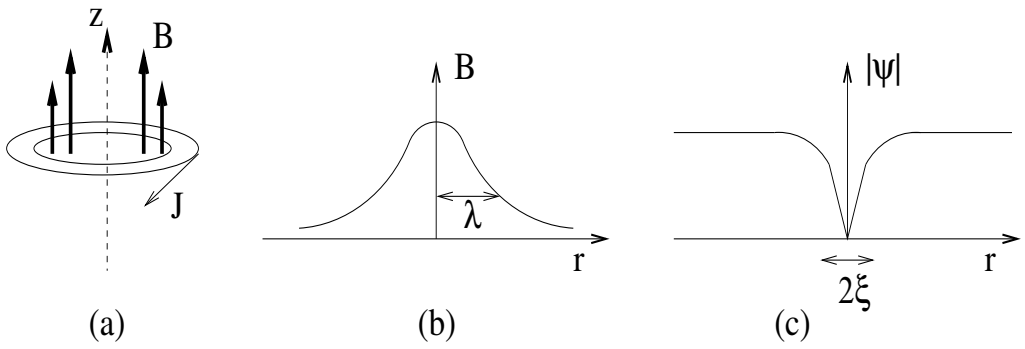


Figura 1.3: Estructura de un vórtice aislado alineado con el eje z. (a) Esquema de las corrientes superconductoras y líneas de campo magnético alrededor del vórtice. (b) Perfil radial de campo magnético mostrando la longitud de penetración magnética λ. (c) Perfil radial del módulo del parámetro de orden superconductor $|\psi|$ mostrando la longitud de coherencia ξ.

aproximación de London, válida a campos intermedios y bajos $B \lesssim 0.2H_{c2}$ donde $\xi \ll (\Phi_0/B)^{1/2}$. En la aproximación de London se desprecian las inhomogeneidades del módulo del parámetro de orden, tomando $|\Psi| = |\Psi_0|$. Esto conduce a que la densidad de energía diverja en la posición del núcleo de los vórtices $\mathbf{r_i}(s)$, donde i designa a un vórtice en particular y s parametriza la línea. En la aproximación de London la funcional de Ginzburg-Landau toma la forma,

$$H_{London} = \int d^d r \left\{ \frac{\hbar^2 |\Psi_0|^2}{2m^*} \left| \left(\nabla\phi - \frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A} \right) \right|^2 + \frac{|\mathbf{B}|^2}{8\pi} \right\} \tag{1.6}$$

Esta funcional tiene que ser regularizada cerca de los núcleos de los vórtices excluyendo tubos de radio ξ del volumen de integración. La fase del parámetro de orden es multivaluada ya que ϕ debe cambiar en 2π a lo largo de un camino que encierre a un vórtice. Aparte de la reducción de los grados de libertad, la conveniencia de la funcional de London sobre la de Ginzburg Landau es que cuando se la minimiza da lugar a ecuaciones *lineales* para los campos ϕ y $\mathbf{A}$. Usando la condición de multivaluación de la fase alrededor de los vórtices las ecuaciones de London se pueden escribir en términos de las posiciones $\mathbf{r}_i(s)$ de las líneas de vórtice y del campo magnético $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ únicamente (ver por ejemplo [35]),

$$\lambda^2 \nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \Phi_0 \mathbf{m}(\mathbf{r}) \tag{1.7}$$

donde $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ es el campo de densidad de vórtices,

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \sum_i m_i \int ds \frac{d\mathbf{r}_i(s)}{ds} \delta(\mathbf{r}_i(s) - \mathbf{r}) \tag{1.8}$$

con $m_i = \pm 1$ la vorticidad. El campo magnético $\mathbf{B}$ en la aproximación de London está entonces determinado únicamente por la densidad dada de vórtices. Usando la ecuación 1.5 en la funcional 1.6 obtenemos la energía de London,

$$E_{London} = \frac{1}{8\pi} \int d^d r \left\{ \lambda^2 |\nabla \times \mathbf{B}|^2 + |\mathbf{B}|^2 \right\} \tag{1.9}$$

El primer término de E_{London} representa la energía cinética de las supercorrientes y la segunda la energía del campo magnético. En presencia de vórtices hay que recordar excluir un tubo de radio ξ conteniendo a cada una de las líneas de vórtice. Podemos ahora calcular la energía de cualquier configuración de vórtices dada por $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ insertando la correspondiente solución $\mathbf{B}$ de la ecuación 1.7 en la ecuación 1.9 (ver por ejemplo [33]).

1.2.2 Vórtices panqueque en superconductores laminares

Los superconductores de alta temperatura crítica tienen una estructura laminar que puede modelarse como una pila de films superconductores delgados de espesor $d \ll \lambda$, separados una distancia $s > d$. Hay que distinguir aquí entre la longitud de penetración *intrínseca* λ del material superconductor de los planos, y las longitudes de penetración de la muestra en la dirección paralela $\lambda_\parallel$ y perpendicular $\lambda_\perp$ a los planos. La pequeña separación entre planos s hace posible el efecto túnel de pares de Copper, dando un *acoplamiento Josephson* entre planos en la dirección de apilamiento c. El parámetro de orden $\Psi_n = |\Psi_n| \exp(i\phi_n)$ está definido solamente en los planos, y como en general $\lambda_\parallel \gg \xi_\parallel$ podemos hacer la aproximación de London tomando $|\Psi_n| = cte$ (excepto en los núcleos de los vórtices). La funcional de London para superconductores continuos e isotrópicos (ec. 1.6) es reemplazada por la funcional de Lawrence-Doniach [36],

$$\begin{aligned} H_{LD} &= E_0 \sum_n \int d^2 r \left\{ \frac{1}{2} \left(\nabla \phi_n - \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A_n} \right)^2 + \frac{1}{\lambda_J^2} (1 - \cos \gamma_{n,n+1}) \right\} \\ &+ \int d^3 r \frac{|\mathbf{B}|^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{1.10}$$

donde $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, $\mathbf{A}_n(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{A}(\mathbf{r}, z = ns)$ es el potencial vector en la capa n, $E_0 = \frac{\Phi_0^2 s}{16\pi^3 \lambda_\parallel^2}$, y

$$\gamma_{n,n+1} = \phi_n - \phi_{n+1} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{ns}^{(n+1)s} dz A_z \tag{1.11}$$

es la diferencia de fase invariante de medida entre los planos $n, n+1$. Minimizando la funcional H_{LD} de la ecuación 1.10 se obtienen, en una teoría de campo medio, ecuaciones para ϕ_n y $\mathbf{A}_n$. Complementadas con las ecuaciones de Maxwell estas ecuaciones cierran un sistema para resolver ϕ_n y $\mathbf{A}_n$. En este modelo las líneas de vórtice están representadas como pilas de vórtices "panqueque", confinados a los planos superconductores. Bullaevski *et al.* [37] mostraron que la energía de una línea de vórtice (con un panqueque en cada plano), expresada en términos de las posiciones de los panqueques, consiste de interacciones igualmente importantes de

dos, tres y cuatro panqueques, donde las dos últimas son debidas a la interacción de cuerdas de Josephson formadas entre pares de panqueques de planos vecinos. Vemos entonces que ya para una sola línea de vórtice un tratamiento numérico del problema en términos de panqueques interactuantes se torna muy dificultosa, debido al efecto Josephson. Sin embargo el acoplamiento Josephson puede ser despreciado en el caso de extrema anisotropía $\gamma = \xi_{\parallel}/\xi_{\perp} = \lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel} \gg 1$. Esto es debido a que $\lambda_J = s\gamma \gg 1$, y por lo tanto la máxima supercorriente Josephson $J_0 \propto \lambda_J^{-2} \to 0$ (y por lo tanto desaparece el término de Josephson en la ecuación 1.10). En este caso las interacciones son solamente de a dos panqueques y tienen origen magnético exclusivamente. Clem [38] calculó la interacción magnética resultante entre panqueques de un mismo plano y panqueques de distintos planos (ver sección 1.2.3).

1.2.3 Interacciones entre vórtices: modelos de partículas

La gran ventaja de las ecuaciones de London 1.7 es que son lineales. Esto nos permite calcular $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ para una configuración de vórtices $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ superponiendo las soluciones $\mathbf{B}_i(\mathbf{r})$ de vórtices individuales. Evaluando la expresión 1.9 con la solución $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ uno obtiene la correspondiente energía $H(\{\mathbf{r}_i(s)\})$ de la configuración. Como vale el principio de superposición es posible descomponer $H(\{\mathbf{r}_i(s)\})$ en una suma de contribuciones debidas a vórtices individuales, y debidas a pares de vórtices. Las primeras nos dan la energía asociada exclusivamente a los grados de libertad internos de la línea de vórtice (autoenergía) mientras que las otras son las energías de interacción entre vórtices que estamos buscando en esta sección. Vamos a analizar los casos más simples, donde la dinámica de los grados de libertad internos de los vórtices pueden despreciarse. Bajo esta suposición todos los vórtices son idénticos en forma y pueden caracterizarse únicamente por un vector posición $\mathbf{r}_i$. Los modelos a los que arribaremos serán por lo tanto *modelos de partículas interactuantes*. Consideraremos primero, sólo con el fin de comparación, el caso poco realista de vórtices rectos y paralelos en films superconductores gruesos. Luego consideraremos los casos que analizamos en esta tesis: vórtices en films superconductores delgados y vórtices panqueque en superconductores laminares fuertemente anisotrópicos.

Superconductores gruesos

Consideremos un vórtice recto y aislado en un superconductor de espesor d con $\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \delta_2(\mathbf{r})\hat{z}$, donde $\mathbf{r}$ representa el vector posición en plano xy. La ecuación 1.7 escrita en coordenadas cilíndricas (ρ, θ, z) queda,

$$\lambda^2 \nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \Phi_0 \hat{z} \delta(\rho) \tag{1.12}$$

Si $d \gg \lambda$ podemos despreciar los efectos de borde, con lo que esta ecuación no depende de z y tiene la solución exacta

$$\mathbf{B}_v(\mathbf{r}) = \hat{z} \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \tag{1.13}$$

Reemplazando la solución de un vórtice $\mathbf{B}_v$ de ec. 1.13 en la ecuación 1.9, y dividiendo por el espesor d, obtenemos la *energía de línea* de un vórtice,

$$\epsilon_v = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \ln\kappa \tag{1.14}$$

Aunque el vórtice no sea recto se puede mostrar que su energía por unidad de longitud está también dada por 1.14 en esta aproximación. Por lo tanto el vórtice es un objeto unidimensional *elástico*. Como las ecuaciones de London modificadas 1.7 son lineales podemos usar la solución $\mathbf{B}_v$ de ec. 1.13 recién obtenida para calcular la energía de interacción entre dos vórtices rectos en posiciones $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$ en el plano xy. Reemplazando en la ecuación 1.9 $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_v(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \mathbf{B}_v(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)$. La energía de London por unidad de longitud consiste entonces en un término que representa las energías de línea de cada vórtice, independiente de las posiciones $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$ mas un término de energía de interacción entre vórtices por unidad de longitud de la forma,

$$U_v(\mathbf{r_{12}}) = \frac{\Phi_0}{4\pi}\mathbf{B}_v(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) = \frac{\Phi_0}{8\pi^2\lambda^2}K_0\left(\frac{r_{12}}{\lambda}\right) \tag{1.15}$$

donde $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. Las formas asintóticas de U_v son,

$$U_v(\mathbf{r}) \approx \frac{\Phi_0}{8\pi^2\lambda^2}\left[\ln\frac{\lambda}{\rho} + 0.12\right] \quad \rho \ll \lambda \tag{1.16}$$

$$U_v(\mathbf{r}) \approx \frac{\Phi_0}{8\pi^2\lambda^2}\left(\frac{\pi\lambda}{2\rho}\right)e^{-\rho/\lambda} \quad \rho \gg \lambda \tag{1.17}$$

La fuerza de interacción $\mathbf{F}_v$ que hace el vórtice 1 sobre el 2 es entonces

$$\mathbf{F}_v(\mathbf{r}_{12}) = \frac{\Phi_0}{8\pi^2\lambda^3}K_1\left(\frac{r_{12}}{\lambda}\right)\hat{\mathbf{r}_{12}} = \mathbf{J}_v(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\times\hat{z}\frac{\Phi_0}{c} \tag{1.18}$$

donde en la última igualdad hemos usado que $\nabla\times\mathbf{B}_v(\mathbf{r}) = 4\pi\mathbf{J}_v(\mathbf{r})/c$, con $\mathbf{J}_v(\mathbf{r})$ la distribución de corriente de un vórtice. La fuerza de interacción en la aproximación de London entre vórtices rectos y paralelos, con sus flujos magnéticos apuntando en la misma dirección, es por lo tanto repulsiva y de *corto alcance* en superconductores gruesos.

Vale la pena mencionar aquí que la tercera igualdad en la ecuación 1.18 es general. Un vórtice en la posición $\mathbf{r}$ en presencia de una densidad de corriente superconductora $\mathbf{J}$ sin incluir la que el mismo genera, experimenta una "fuerza de Lorentz" por unidad de longitud

$$\mathbf{F}_v(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r})\times\hat{z}\frac{\Phi_0}{c} \tag{1.19}$$

Esta es la expresión que vamos a usar para la fuerza que experimenta un vórtice debida a una densidad de corriente externa $\mathbf{J}$. Más adelante justificaremos este resultado.

Films superconductores delgados

En films superconductores delgados tales que $d \ll \lambda$ los resultados derivados arriba no son válidos, ya que las corrientes superconductoras dentro del film dependen fuertemente de las condiciones de borde. Para encontrar la energía de interacción entre vórtices en un film delgado Pearl resolvió [39] la ecuación 1.7 con un vórtice en el origen del film. La distribución de corriente $\mathbf{K}$ está confinada al plano superconductor colocado en $z = 0$. La solución para el potencial vector es,

$$\mathbf{A}(\rho, z) = \hat{\phi}\frac{\Phi_0}{2\pi}\int_0^\infty dq \frac{J_1(q\rho)}{1+q\Lambda}e^{-q|z|} \tag{1.20}$$

donde $\Lambda = 2\lambda^2/d$ es la *longitud de penetración efectiva*. Un esquema de las líneas de campo magnético $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ se muestra en la figura 1.4(izquierda). La distribución bidimensional de corriente $\mathbf{K}(\rho) = \hat{\phi}(c/4\pi)[b_\rho(\rho, 0^+) - b_\rho(\rho, 0^-)]$ resulta entonces

$$\mathbf{K}(\mathbf{r}) = \hat{\phi}\frac{c\Phi_0}{8\pi\Lambda^2}\left[H_1\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right) - Y_1\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right) - 2/\pi\right] \tag{1.21}$$

donde $\Lambda = 2\lambda^2/d$ es la *longitud de penetración efectiva*, H_1 es la función de Struve y Y_1 la función de Bessel de segundo tipo.

Podemos usar la ecuación 1.19 para calcular la fuerza que ejerce un vórtice sobre otro a una distancia ρ: $\mathbf{F}(\rho) = \mathbf{K}(\rho) \times \hat{z}\Phi_0/c$. A partir de esta fuerza podemos calcular el potencial de interacción entre vórtices

$$U_v(\mathbf{r}) = \frac{\Phi_0^2}{8\pi\Lambda}\left[H_0\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right) - Y_0\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right)\right] \tag{1.22}$$

Las formas asintóticas de este potencial son,

$$U_v(\mathbf{r}) \approx \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2\Lambda}\ln\left(\frac{\Lambda}{\rho}\right) \quad \rho \ll \Lambda \tag{1.23}$$

$$U_v(\mathbf{r}) \approx \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2\rho} \quad \rho \gg \Lambda \tag{1.24}$$

Por lo tanto la interacción entre vórtices (misma vorticidad) en un film delgado es de *largo alcance*, a diferencia de lo que sucede en superconductores gruesos (ec. 1.18)

Superconductores laminares fuertemente anisotrópicos

Como mencionamos en la sección 1.2.2 la física de vórtices en superconductores laminares altamente anisotrópicos se reduce a la de panqueques interactuantes confinados a los planos superconductores. La ausencia de acoplamiento Josephson en el límite de anisotropía extrema hace posible expresar la energía total de interacción entre panqueques (en la aproximación de London), como suma de energías de interacción puramente magnética de a pares de panqueques. Como cada uno de los planos es un film superconductor de espesor $d \ll \lambda$ el cálculo de Clem [38]

puede pensarse como una extensión del problema de Pearl: hay que calcular ahora el campo debido a un panqueque en el origen del plano $z = 0$, dentro de una pila periódica de planos superconductores en $z = ns$, con n entero. El límite $s \to \infty$ debe corresponder a la solución de Pearl, sec.1.2.3. La solución para $\mathbf{B}$ es [38]

$$\mathbf{B}(\rho, z) = \hat{z}\frac{\Phi_0}{2\pi\Lambda r}e^{-r/\lambda_\parallel} + \hat{\rho}\frac{\Phi_0}{2\pi\Lambda\rho}[(z/|z|)e^{-|z|/\lambda_\parallel} - (z/r)e^{-r/\lambda_\parallel}] \tag{1.25}$$

Un esquema de las líneas de campo magnético se muestra en la figura 1.4(derecha). Usando que $\mathbf{F}(\rho, z) = \mathbf{K}(\rho, z) \times \hat{z}\Phi_0/c$ es la fuerza que ejerce el panqueque en el origen sobre otro en $(\mathbf{r}, z) = (\hat{\rho}\rho, z_n)$ resulta ser

$$\mathbf{F}(\rho, 0) = \hat{\rho}\frac{\Phi_0^2}{4\pi^2\Lambda\rho}\left[1 - \frac{\lambda_\parallel}{\Lambda}\left(1 - e^{-\rho/\lambda_\parallel}\right)\right] \tag{1.26}$$

$$\mathbf{F}(\rho, z_n) = -\hat{\rho}\frac{c\Phi_0\lambda_\parallel}{4\pi^2\Lambda^2\rho}\left[e^{-|z_n|/\lambda_\parallel} - e^{-r_n/\lambda_\parallel}\right] \quad n \neq 0 \tag{1.27}$$

donde $z_n = ns$ con n entero, $\rho = |\mathbf{r}|$, $r_n = \sqrt{\rho^2 + z_n^2}$. Vemos entonces que la interacción entre panqueques en el mismo plano es *repulsiva* y logarítmica a todas las distancias, no sólo dentro del rango Λ como sucede en films aislados (ver ecuación 1.22). La interacción entre panqueques en distintos planos es también logarítmica pero *atractiva*, favoreciendo la alineación coaxial de panqueques, o la formación de líneas de vórtice rectas. Como generalmente $\lambda_\parallel/\Lambda \ll 1$, esta interacción atractiva es mucho más débil que la repulsiva entre panqueques en el mismo plano.

En la figura 1.4 mostramos la distribución de campo magnético para un panqueque en un film delgado superconductor aislado y un panqueque en una pila de films superconductores delgados. Podemos ver que en el superconductor laminar el campo del panqueque está apantallado en la dirección z por las corrientes superconductoras en los otros planos. Este apantallamiento es el que controla el decaimiento exponencial de la interacción atractiva entre panqueques de distintos planos. Cabe mencionar que los modelos de vórtices de las secciones 1.2.3 y 1.2.3 se pueden obtener como casos límites del modelo de Clem. La solución ec. 1.20 para un vórtice en un film superconductor delgado corresponde al límite $s \to \infty$ de la solución de Clem de ec.1.25. La solución para un vórtice recto en un superconductor grueso se obtiene sumando las contribuciones dadas por ec.1.25 de una pila infinita de panqueques alineados coaxialmente en el eje z, tomando $s \to 0$. El modelo de Clem para superconductores laminares permite entonces de alguna manera describir grados de libertad internos de líneas de vórtice en muestras gruesas, a tarvés de los grados de libertad de una pila de panqueques alineados. Debido a que el acoplamiento entre panqueques de distintos planos es débil el modelo además permite describir los fenómenos de enredo, corte y reconexión de las líneas de vórtice. Esto da lugar a una interesante fenomenología en el eje-c del superconductor, que analizaremos en el capítulo 4.

1.2.4 Movimiento: fuerza de Lorentz, anclaje y disipación

Consideremos una muestra superconductora tipo II chata, como la de la figura

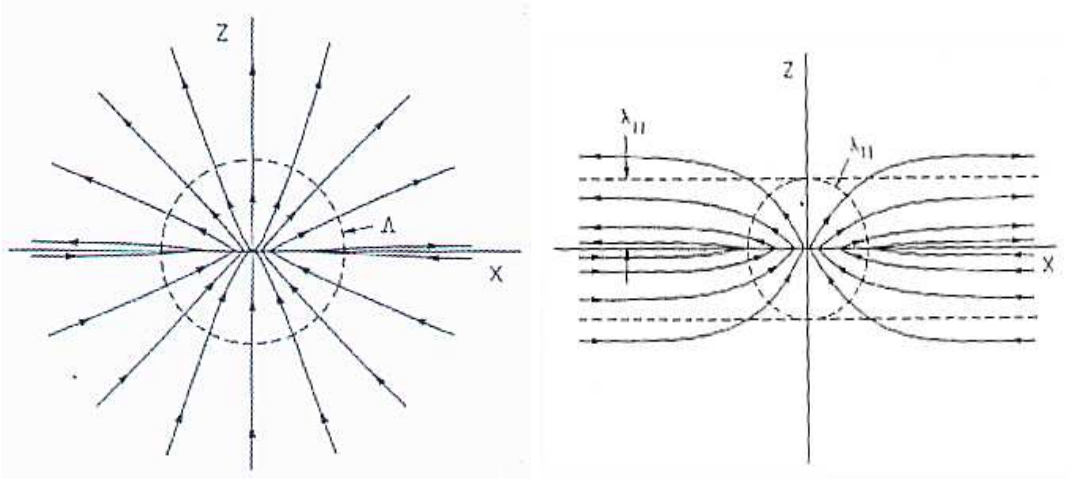


Figura 1.4: Líneas de campo magnético generadas por un vórtice panqueque bidimensional en un film superconductor delgado. Izquierda: el film, con longitud de penetración efectiva Λ, está aislado. Notar el comportamiento diferente para $r > \Lambda$ y $r < \Lambda$. Derecha: el film es la capa central de una pila de planos superconductores paralelos separados una distancia $s \ll \lambda_\parallel$ (no mostrada), donde $\lambda_\parallel$ es la longitud de penetración del superconductor laminar en la dirección paralela a los planos. La corrientes superconductoras de los otros planos apantallan el campo magnético del panqueque y el flujo es guiado radialmente al infinito dentro de un disco de radio $\lambda_\parallel$ esencialmente.

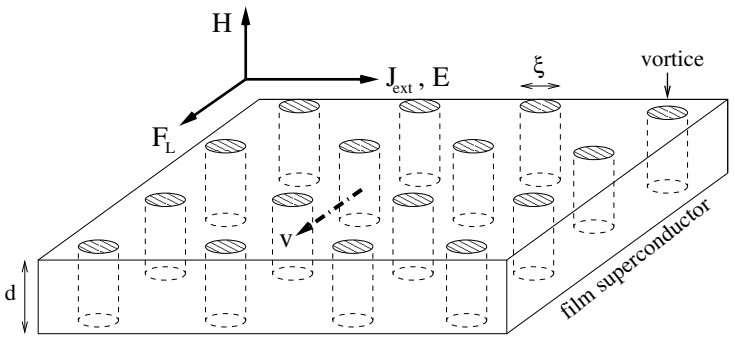


Figura 1.5: Geometría del problema de transporte. La muestra superconductora puede ser un film delgado aislado o uno de los planos superconductores de un superconductor laminar. El campo magnético $\mathbf{H}$ induce la red de vórtices que se mueven con una velocidad $\mathbf{v}$ en respuesta a una fuerza de Lorentz $\mathbf{F}_L = \mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c$ originada por una corriente externa $\mathbf{J}_{ext}$. El movimento de la red de vórtices induce un campo eléctrico macoscópico $\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{B}} \times \mathbf{v}/c$. En la figura hemos despreciado la fuerza de Magnus.

1.5, (que en esta tesis podrá ser o un film superconductor delgado aislado o uno de los planos de C_uO_2 de un superconductor laminar fuertemente anisotrópico) en presencia de un campo magnético transversal $\mathbf{H}$ de suficiente intensidad como para inducir una red de vórtices panqueque. Estamos interesados en el problema de transporte bidimensional en el film. Vamos a aplicar una corriente externa $\mathbf{J}_{ext} = \hat{x}J_{ext}$ en dirección perpendicular a $\mathbf{H} = H\hat{z}$, y a su vez paralela a la superficie ancha del film superconductor o a los planos ab del superconductor laminar. *Fenomenológicamente* se encuentra que, cuando la corriente de transporte $\mathbf{J}_{ext}$ es suficientemente intensa, la estructura de vórtices alcanza un estado estacionario con una velocidad $\mathbf{v}$ que satisface la ecuación,

$$\frac{\mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}}{c} - f n_s \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{\Phi}}{c} - \mathbf{f}_p - \eta \mathbf{v} = 0 \tag{1.28}$$

donde una *fuerza de Lorentz* $\mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c$ es compensada por una *fuerza de Magnus* $f n_s \mathbf{v} \times \mathbf{\Phi}/c$, una *fuerza de anclaje* $\mathbf{f}_p$ y una *fuerza disipativa* o viscosa $\eta\mathbf{v}$. Hemos definido $\mathbf{\Phi} = \Phi_0\hat{z}$. La ecuación 1.28 ha sido usada por primera ver por Kim *et al.* para interpretar datos experimentales [23] y constituye lo que se denominó "flux flow model" (con traducción poco feliz al castellano). Discutiremos ahora como se explica el origen de cada uno de los términos y como se generaliza este simple modelo para obtener una ecuación diferencial para el movimiento de vórtices individuales.

La **fuerza de Lorentz** $\mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c$ puede ser interpretada en términos del tensor de tensiones de Maxwell como se hace en magnetohidrodinámica clásica, usando para el cálculo del tensor el campo magnético total debido a todas las corrientes [34]. En la aproximación de London la fuerza de Lorentz puede escribirse como la suma de las fuerzas de Lorentz sobre cada vórtice $\mathbf{J}_i \times \mathbf{\Phi}/c$, donde $\mathbf{J}_i$ es la corriente total que experimenta el vórtice. Como podemos ver en la segunda igualdad de la ecuación 1.18 esta fuerza incluirá, además de la interacción con la corriente externa $\mathbf{J}_{ext}$, la interacción vórtice-vórtice, de la siguiente forma,

$$\mathbf{J}_i \times \mathbf{\Phi}/c = \mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c + \sum_j \mathbf{J}_v(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{\Phi}/c = \mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c + \sum_j \mathbf{F}_v(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \tag{1.29}$$

donde $\mathbf{J}_v$ es la densidad de corriente debida a un vórtice y $\mathbf{F}_v(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_v(\mathbf{r}) \times \mathbf{\Phi}/c$ la fuerza de interacción entre vórtices. Notemos que al sumar la ecuación 1.29 sobre todos los vórtices recuperamos la fuerza de Lorentz original $\mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c$ ya que los términos de interacciones se cancelan entre sí debido al principio de acción y reacción. La verdadera ventaja de esta separación de la fuerza de Lorentz se apreciará más adelante, en relación a la fuerza de anclaje.

La **fuerza de Magnus** $f n_s \mathbf{v} \times \mathbf{\Phi}/c$ sobre los vórtices en superconductores es una generalización de la fuerza hidrodinámica expresada en la relación de Kutta-Joukowski, y la introducción de la constante f indica la fracción de la fuerza de Magnus que está activa [34, 14]. La consecuencia más importante sobre las propiedades de transporte de la fuerza de Magnus es el efecto Hall (ver ref. [34]). Sin embargo, excepto para superconductores extremadamente puros, $f \ll 1$ y por lo tanto la

fuerza de Magnus puede despreciarse frente a la fuerza disipativa ηv y a la fuerza de anclaje f_p. En esta tesis vamos a despreciar esta fuerza.

El origen de la **fuerza disipativa** $\eta\mathbf{v}$ puede explicarse básicamente por la aparición de un campo eléctrico macroscópico $\tilde{\mathbf{E}}$ finito que es capaz de mover electrones normales y tiene la forma

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{B}} \times \mathbf{v}/c \tag{1.30}$$

donde $\tilde{\mathbf{B}}$ es el campo magnético promediado espacialmente. Notar que $\tilde{\mathbf{E}} \parallel \mathbf{J}$, ya que son ambos perpendiculares a $\mathbf{v}$, y hemos despreciado la fuerza de Magnus. Podemos escribir entonces la relación de transporte $\tilde{\mathbf{E}} = \sigma\mathbf{J}$ donde σ es la conductividad eléctrica. La interpretación directa de este campo eléctrico en términos de la ley de Faraday (i.e. el vórtice en movimiento genera un campo magnético variable que da lugar a $\tilde{\mathbf{E}}$) no es clara, ya que es necesario entender cómo se puede mantener un campo eléctrico en un superconductor múltiplemente conexo. Una posible respuesta está dada por el efecto Josephson: cuando una línea de vórtice atraviesa una región entre dos puntos $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$ se desarrolla un voltaje $V = (\Phi_0/2c)d\Delta\phi/dt$ (donde $\Delta\phi = \phi(\mathbf{r}_1) - \phi(\mathbf{r}_2)$ es la diferencia de fase del parámetro de orden entre los dos puntos) dependiente del tiempo y de alta frecuencia. Resulta que cuando este voltaje es promediado temporalmente da el mismo resultado que el haber usado directamente la Ley de Faraday. Entonces el movimiento uniforme de muchos vórtices provoca un voltaje igual a la superposición de pulsos de voltaje individuales [34]. El coeficiente de disipación η puede ser estimado del análisis de los distintos procesos disipativos que ocurren dentro y cerca del núcleo de los vórtices. El modelo de Bardeen-Stephen permite estimar η en forma simple. Se supone que el núcleo del vórtice es un cilindro de radio ξ completamente normal. Aplicando las ecuaciones de London fuera de este cilindro se calcula el campo eléctrico suponiendo una velocidad dada del vórtice. La condición de continuidad (ecs. Maxwell) en la pared del núcleo cilíndrico da un campo eléctrico finito dentro del mismo. Este campo mueve los electrones normales generando disipación por efecto Joule. De esta forma se obtiene que

$$\eta \approx \Phi_0 H_{c2}/\rho_n c^2 \tag{1.31}$$

donde ρ_n es la resistividad normal y H_{c2} el campo crítico superior. Por lo tanto la disipación es reducida en un factor $\tilde{B}/H_{c2}$ respecto de la del estado normal. No se han observado efectos inerciales en los vórtices, o bien pareciera ser que la fuerza de fricción $\eta\mathbf{v}$ es en general más importante y el movimiento de los vórtices puede considerarse sobreamortiguado. El modelo de Bardeen-Stephen es un cálculo con una sola línea de vórtice. Para un número N_v de vórtices (bidimensionales) tenemos,

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{B}} \times \frac{\mathbf{v}}{c} = \frac{1}{N_v} \sum_i \tilde{\mathbf{B}} \times \frac{\mathbf{v}_i}{c} \tag{1.32}$$

La **fuerza de anclaje** macroscópica $\mathbf{f_p}$ sobre la estructura de vórtices se debe básicamente a que las impurezas o defectos en el material pueden deprimir localmente el parámetro de orden superconductor. Dejando de lado otros posibles

mecanismos, como en el núcleo de los vórtices el parámetro de orden ya está reducido, parte de la energía de condensación perdida ahí puede recuperarse si el núcleo se ajusta a la posición de la impureza. Esta conveniencia energética se traduce en una fuerza de anclaje para el movimiento. Como los defectos son en general pequeños comparados con ξ y no correlacionados, consituyen un arreglo aleatorio de centros de anclaje para cada vórtice con un rango del orden del tamaño ξ del núcleo. La fuerza sobre un vórtice $\mathbf{F}_p(\mathbf{r}_i)$ puede expresarse entonces como

$$\mathbf{F}_p(\mathbf{r}_i) = \sum_p \nabla U_p(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i) \tag{1.33}$$

donde p designa a uno de los centros de anclaje situado en $\mathbf{r}_p$, que ejerce la fuerza $\nabla U_p(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i)$ sobre el vórtice i. Entonces U_p es el potencial de un centro de anclaje. Una consecuencia muy importante de la fuerza de anclaje sobre las propiedades de transporte es la de hacer aparecer una densidad de corriente crítica $\mathbf{J}_c \times \Phi_0/c = max[\mathbf{f}_p]_{v=0} > 0$ y una densidad de corriente calorífica crítica por debajo de las cuales la resistencia eléctrica y térmica del material son casi nulas a temperaturas suficientemente bajas. El anclaje permite por ejemplo que se mantenga un gradiente estático de densidad de vórtices, conocido como estado crítico de Bean (ver [33]). Otra consecuencia del anclaje es que puede evitar que el superconductor alcance el equilibrio termodinámico en sus propiedades magnéticas y causar un comportamiento irreversible y vidrioso. En un trabajo que es un verdadero hito, Larkin y Ovchinikov mostraron que la fuerza de anclaje total sobre la red de vórtices *estática* depende de longitudes de correlación espaciales, que a su vez resultan de la competencia entre interacciones entre vórtices y desorden estático. Mientras que las interacciones entre vórtices tienden a formar una estructura ordenada, con constantes elásticas, los centros de anclaje tienden a deformarla. Como resultado de esta competencia se puede definir un volumen u área de correlación, conocido como dominio de Larkin. Este es un concepto muy valioso que nos permite obtener una estimación de la corriente crítica de desanclaje. En las teorías de anclaje de redes de vórtices más modernas [17] el dominio de Larkin es reconocido como el dominio más grande en el cual el desorden puede ser tratado perturbativamente, porque pertenece a un estado metaestable simple.

El problema completo de describir bien las propiedades de transporte de superconductores usando la ecuación 1.28 para toda la estructura magnética de vórtices se reduce a poder calcular $\mathbf{f}_p$. Desde este punto de vista la gran dificultad está en que, a diferencia del caso estático, estudiado por Larkin Ovchinikov, cuando $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ la fuerza de anclaje total $\mathbf{f}_p$ es una cantidad que fluctúa temporalmente y depende de la *estructura dinámica* de la red en movimiento (es decir de su orden espacio-temporal). Argumentos energéticos como los de Larkin-Ovchinikov no sirven en el caso dinámico, ya que el sistema está fuera del equilibrio y no hay en principio una energía libre que minimizar para encontrar una función "óptima" $\mathbf{f}_p$ de los distintos parámetros. Los nuevos experimentos de transporte han llevado entonces a considerar al movimiento de la red de vórtices como un fenómeno de transporte colectivo no-lineal, donde muchos grados de libertad están involucrados. En este sentido la ecuación fenomenológica de "flux flow" 1.28 con alguna expresión para

$\mathbf{f}_p$, puede verse como una aproximación empírica para la dinámica del "modo cero", o dinámica del centro de masa. Para entender mejor los nuevos experimentos es entonces necesario analizar la dinámica de muchos grados de libertad acoplados. Desde el punto de vista teórico una opción es analizar la hidrodinámica que describe el movimiento de la red. Una derivación cuidadosa de la hidrodinámica hoy se puede llevar a cabo gracias a poderosas técnicas analíticas, como el grupo de renormalización funcional dinámico. Otra opción (la que adoptamos en esta tesis) es hacer simulaciones numéricas de un modelo simple que describa la dinámica de los vórtices individuales. Esto requiere de técnicas adecuadas de simulación numérica para sistemas de muchos grados de libertad. Usando las ecuaciones 1.28, 1.29 y 1.33, la fenomenología básica descripta en esta sección nos lleva a escribir la siguiente ecuación de movimiento para un vórtice,

$$\eta \mathbf{v}_i = \mathbf{J}_{ext} \times \mathbf{\Phi}/c + \sum_j \mathbf{F}_v(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + \mathbf{F}(\mathbf{r}_i) \tag{1.34}$$

donde $\mathbf{v}_i$ es la velocidad del vórtice i y $\mathbf{F}(\mathbf{r}_i) = \sum_p \nabla U_p(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i)$ si el desorden es puntual y descorrelacionado. La disipación del sistema de vórtices estará dada por la ecuación 1.32. Despreciando los grados de libertad internos de los vórtices hemos arribado finalmente al sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de un sistema de partículas interactuantes. En la próxima sección particularizamos estas ecuaciones para el tipo de superconductores analizados en esta tesis y agregamos las fluctuaciones térmicas.

1.3 Modelos de dinámica de Langevin de partículas

En la sección anterior presentamos la fenomenología dinámica básica del transporte de vórtices. En esta sección describimos modelos de dinámica de Langevin para vórtices interactuantes en presencia de fluctuaciones térmicas, usando las interacciones entre vórtices ya calculadas en la secciones 1.2.3 y 1.2.3. Las fluctuaciones térmicas son tenidas en cuenta agregando a un término de ruido de Langevin que garantiza el sistema relaje a un estado de equilibrio (sin fuerzas externas) bien descripto por la estadística de Boltzman (ver por ejemplo [40]).

1.3.1 Films superconductores delgados

Presentamos aquí el modelo bidimensional que usaremos en los capítulos 3, 5 y 6 para estudiar el movimiento de vórtices en films superconductores delgados. La ecuación de movimiento de un vórtice en la posición $\mathbf{r}_i$ es:

$$\eta \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = -\sum_{j \neq i} \nabla_i U_v(r_{ij}) - \sum_p \nabla_i U_p(r_{ip}) + \mathbf{F} + \zeta_{\mathbf{i}}(\mathbf{t}), \tag{1.35}$$

donde $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ es la distancia entre vórtices i, j, $r_{ip} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_p|$ es la distancia entre el vórtice i y un centro de anclaje en $\mathbf{r}_p$,

$$\eta = \frac{\Phi_0 H_{c2} d}{c^2 \rho_n} \tag{1.36}$$

es el coeficiente de fricción de Bardeen-Stephen, ec.1.31, y

$$\mathbf{F} = \frac{d\Phi_0}{c} \mathbf{J} \times \hat{z} \tag{1.37}$$

es la fuerza impulsora debida a una corriente aplicada $\mathbf{J}$, ec.1.29. El efecto del baño térmico a temperatura T está dado por la fuerza estocástica $\zeta_i(t)$, y satisface $\langle \zeta_i^\mu(t) \rangle = 0$ y $\langle \zeta_i^\mu(t) \zeta_j^{\mu'}(t') \rangle = 2\eta T \delta(t - t') \delta_{ij} \delta_{\mu\mu'}$. ($k_B = 1$ de aquí en adelante). Un superconductor estrictamente bidimensional tiene su realización en films delgados de espesor d, donde $d \ll \lambda$. Estos tienen una longitud de penetración efectiva $\Lambda = 2\lambda^2/d$. Como Λ es típicamente del orden del tamaño de la muestra ($\Lambda \approx 200 \mu m$ en [41]), la interacción vórtice-vórtice es logarítmica, ec. 1.23:

$$U_v(r) = -A_v \ln(r/\Lambda), \tag{1.38}$$

con $A_v = \Phi_0^2 / 8\pi\Lambda$. Como modelo para la fuerza de anclaje debida a desorden puntual descorrelacionado consideraremos una distribución de centros de anclaje atractivos con potencial de interacción

$$U_p(r) = -A_p e^{-(r/\xi)^2}, \tag{1.39}$$

donde el rango de anclaje está dado por la longitud de coherencia ξ (debido a que consideramos centros de anclaje de tamaño menor que el del núcleo de los vórtices). Como discutimos en la sección anterior los vórtices en movimiento inducen un campo eléctrico total, ec. 1.32

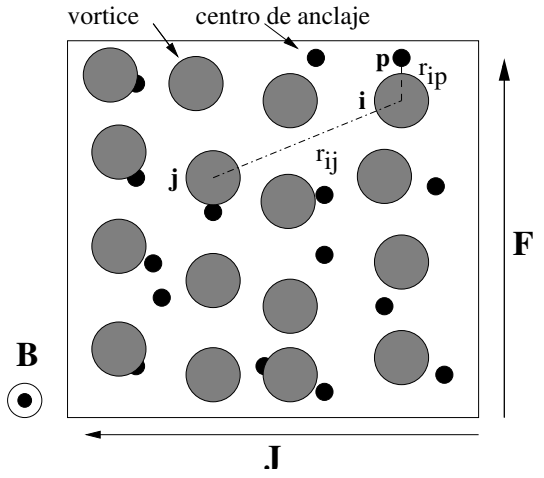


Figura 1.6: Modelo bidimensional para vórtices en films superconducores delgados desordenados. El potencial de interacción entre el vórtice i y j es $U_v(r) = -A_v \ln(r_{ij}/\Lambda)$ y el potencial de interacción del vórtice i con el centro de anclaje p es $U_p(r_{ip}) = -A_p \exp[-(r_{ip}/\xi)^2]$. La fuerza de Lorentz es $\mathbf{F} = \frac{d\Phi_0}{c}\mathbf{J} \times \hat{z}$, donde $\mathbf{J}$ es la densidad de corriente externa aplicada.

$$\mathbf{E} = \frac{B}{c}\mathbf{v} \times \hat{z}, \tag{1.40}$$

con

$$\mathbf{v} = \frac{1}{N_v}\sum_i \mathbf{v}_i. \tag{1.41}$$

La figura 1.6 muestra esquemáticamente la geometría que describe este modelo.

1.3.2 Superconductores laminares fuertemente anisotrópicos

Presentamos aquí el modelo tridimensional que usamos en el capítulo 4 para estudiar vórtices panqueque en un superconductor laminar fuertemente anisotrópico. Consideramos las interacciones magnéticas entre todos los panqueques y despreciamos el acoplamiento Josephson [38], ver sección 1.2.3. Como vimos en la sección 1.2.2 este modelo es adecuado cuando la periodicidad d es mucho menor que la longitud de penetración intra-plano $\lambda_\parallel$ [38]. Simulaciones anteriores de vórtices impulsados en 3D han sido realizadas usando dinámica de Langevin de partículas con interacción de corto alcance [42, 43, 44] o del modelo XY isotrópico en 3D [45].

La ecuación de movimiento para un panqueque ubicado en la posición $\mathbf{R}_i = (\mathbf{r}_i, z_i) = (x_i, y_i, n_i d)$, $(\hat{z} \equiv \hat{c})$, es:

$$\eta\frac{d\mathbf{r_i}}{dt} = \sum_{j\neq i}\mathbf{F_v}(\rho_{ij}, z_{ij}) + \sum_p \mathbf{F_p}(\rho_{ip}) + \mathbf{F} + \zeta_\mathbf{i}(\mathbf{t}) \ , \tag{1.42}$$

donde $\rho_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ and $z_{ij} = |z_i - z_j|$ son la distancia intra-plano e inter-plano entre panqueques i, j, $\rho_{ip} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_p|$ es la distancia intra-plano entre el vórtice i y un centro de anclaje en $\mathbf{R_p} = (\mathbf{r}_p, z_i)$, como se muestra en la figura 1.7 (los

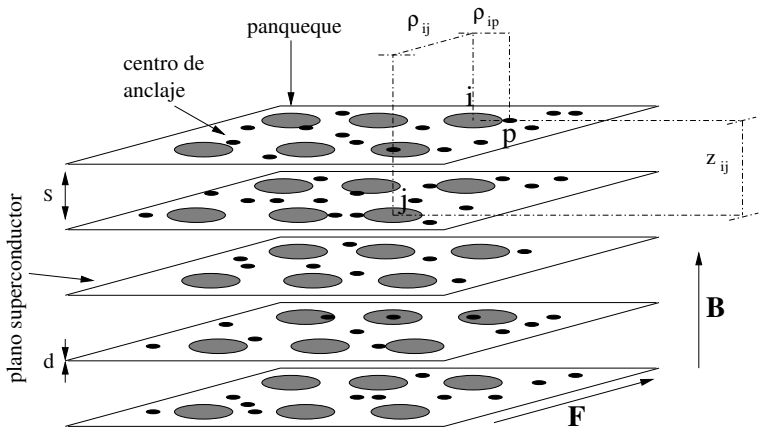


Figura 1.7: Modelo de Clem para vórtices en superconductores laminares altamente anisotrópicos desordenados. El acoplamiento Josephson entre planos es despreciable y la fuerza de interacción entre panqueques es puramente magnética y de largo alcance, repulsiva si están en el mismo plano superconductor y atractiva si están en planos superconductores diferentes. Los centros de anclaje atraen a los panqueques del mismo plano. La fuerza de Lorentz **F** es aplicada paralela a los planos superconductores.

panqueques interactúan sólo con centros de anclaje en el mismo plano). η es la fricción de Bardeen-Stephen, y

$$\mathbf{F} = \frac{\Phi_0}{c}\mathbf{J} \times \hat{z} \tag{1.43}$$

es la fuerza impulsora debida a una corriente intra-plano **J**. El efecto del baño térmico a temperatura T está dado por la fuerza estocástica $\zeta_i(t)$, que satisface $\langle \zeta_i^{\mu}(t) \rangle = 0$ y $\langle \zeta_i^{\mu}(t)\zeta_j^{\mu'}(t') \rangle = 2\eta T\delta(t-t')\delta_{ij}\delta_{\mu\mu'}$. ($k_B = 1$). Consideramos una distribución de centros de anclaje atractivos en cada plano ejerciendo una fuerza

$$\mathbf{F_p} = -2A_p e^{-(\rho/a_p)^2}\mathbf{r}/a_p^2, \tag{1.44}$$

donde a_p es el rango de anclaje. La interacción magnética entre panqueques $\mathbf{F}_v(\rho, z) = F_\rho(\rho, z)\hat{r}$ está dada por [38, 46]:

$$F_\rho(\rho, 0) = \frac{A_v}{\rho}\left[1 - \frac{\lambda_\parallel}{\Lambda}\left(1 - e^{-\rho/\lambda_\parallel}\right)\right] \tag{1.45}$$

$$F_\rho(\rho, z_n) = -\frac{\lambda_\parallel}{\Lambda}\frac{A_v}{\rho}\left[e^{-|z_n|/\lambda_\parallel} - e^{-R_n/\lambda_\parallel}\right] . \tag{1.46}$$

Aquí, $R = \sqrt{z^2 + \rho^2}$ y $\Lambda = 2\lambda_\parallel^2/d$ es la longitud de penetración de los films delgados o capas superconductoras, siendo $\lambda_\parallel$ la longitud de penetración paralela a los planos. Un modelo análogo fue usado en [47]. La figura 1.7 muestra esquemáticamente la geometría que describe este modelo.

1.4 Organización de la tesis

En esta tesis estudiamos diversos aspectos de la dinámica de no equilibrio de vórtices y otros sistemas afines. El análisis de los *regímenes estacionarios de no equilibrio* de vórtices impulsados, en films superconductores delgados y superconductores laminares fuertemente anisotrópicos, abarcan los capítulos 3, 4, 5, 6. En el capítulo 7 analizamos *regímenes no-estacionarios de no equilibrio* en la relajación de un sistema de electrones en un aislador de Anderson. Todos los estudios se basan en el análisis de funciones de correlación y funciones de respuesta, espaciales y temporales, en el régimen de respuesta lineal o no lineal. La organización de la tesis es la siguiente:

- Capítulo 2: discutimos las cuestiones básicas del problema de transporte colectivo no lineal en un medio desordenado y presentamos resultados experimentales y teóricos.
- Capítulo 3: estudiamos los regímenes dinámicos de no equilibrio de la red de vórtices impulsada en films superconductores delgados con desorden en función de la fuerza externa. Caracterizamos los regímenes dinámicos y sus transiciones mediante el análisis de las curvas velocidad-fuerza, del orden traslacional y topológico, de la difusión y de las fluctuaciones temporales anisotrópicas de la velocidad media instantánea.
- Capítulo 4: hacemos un estudio similar al del capítulo 3 pero para analizar los regímenes dinámicos de no equilibrio de la red de vórtices en superconductores laminares fuertemente anisotrópicos. Se agrega en este caso el análisis de las correlaciones espaciales y temporales en la dirección del eje-c.
- Capítulo 5: caracterizamos los regímenes dinámicos estudiados en el capítulo 3 por el orden temporal y la respuesta a una fuerza alterna, superpuesta a la fuerza continua.
- Capítulo 6: analizamos funciones de correlación y funciones respuesta ante pequeñas perturbaciones para distintos observables. El fin es precisar el concepto de temperatura efectiva en la red de vórtices a través del estudio de relaciones de fluctuación-disipación generalizadas.
- Capítulo 7: analizamos la relajación de no equilibrio de sistemas electrónicos fuertemente localizados en semiconductores. Este sistema tiene relación con el vidrio de Bose en el régimen de "variable-range hopping".
- Capítulo 8: conclusiones generales de la tesis.

Capítulo 2

Regímenes dinámicos de no equilibrio de vórtices

Todo el trabajo de esta tesis está dedicado a analizar y a caracterizar *regímenes dinámicos de no equilibrio* de la red de vórtices u otros sistemas afines en presencia de desorden. En este capítulo mostraremos que las cuestiones básicas del problema pueden ser discutidas en forma muy general, en términos de una competencia no lineal entre desorden, fluctuaciones térmicas, e interacciones. Luego de una breve introducción heurística a las cuestiones y conceptos básicos del problema, presentaremos algunos de los más importantes resultados experimentales y teóricos al respecto.

2.1 Discusión general del problema

El sistema de vórtices en superconductores desordenados puede ser considerado como un conjunto de objetos clásicos, interactuantes, que tienden espontáneamente a formar una estructura periódica (red de Abrikosov). Estos objetos están inmersos en un potencial desordenado el cual tiende a amorfizar la estructura. En la sección 1.2 mostramos que ésta es realmente la física efectiva que describe a los vórtices cuando las fluctuaciones del módulo del parámetro de orden superconductor y las fluctuaciones del campo magnético pueden ser despreciadas (aproximación de London). En esta aproximación las líneas de vórtice pueden ser bien representadas como cuerdas elásticas interactuantes o como partículas (panqueques) interactuantes confinadas a capas bidimensionales: el primer caso se aplica a superconductores tipo II continuos (o no muy fuertemente laminares) y el segundo a films superconductores delgados o a superconductores fuertemente laminares con un campo magnético aplicado perpendicular a los planos superconductores (ver sección 1.2) . En cualquier caso, y para una amplia familia de sistemas, si $\mathbf{x}$ designa a la configuración del sistema, su energía se puede expresar de la forma,

$$H(\mathbf{x}) = H_{int}(\mathbf{x}) + H_{des}(\mathbf{x}) \tag{2.1}$$

donde $H_{int}(\mathbf{x})$ es la energía de interacción y $H_{des}(\mathbf{x})$ la energía de anclaje. $H_{int}(\mathbf{x})$ puede pensarse como la suma de las energías de interacción entre los objetos más las energías asociadas a sus grados de libertad internos. Como las inter-

acciones dependen sólo de las distancias relativas entre objetos H_{int} es *invariante frente a traslaciones*. $H_{des}(\mathbf{x})$ simplemente contiene la energía potencial de toda la estructura sobre el potencial desordenado, y por lo tanto H_{des} *no es invariante frente a traslaciones*. Consideraremos en esta tesis sólo el ubicuo caso de *desorden puntual descorrelacionado*. En general, para un conjunto de objetos (variedades) inmersos en un espacio de dimensión d, con dimensión interna D, podemos escribir $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}(i, \mathbf{z})$, donde i designa al objeto y $\mathbf{z}$ parametriza su extensión en el espacio. Vamos a suponer que los objetos no pueden desplazarse "sobre sí mismos" sino únicamente en la dirección transversal a $\mathbf{z}$. Esto impone que $\mathbf{x}(i, \mathbf{z})$ viva en un espacio de dimensión N tal que $d = D + N$. Nosotros nos vamos a interesar principalmente en objetos que describen vórtices (en la aproximación de London): líneas o puntos. Para describir un conjunto de líneas elásticas $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}(i, s)$ donde $\mathbf{x}(i, s)$ describe entonces la posición de la línea i parametrizada en su largo con s ($\mathbf{z}$ tiene dimensión uno en este caso). Para un conjunto de partículas interactuantes basta simplemente con designar sus posiciones $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}(i)$ ($\mathbf{z}$ tiene dimensión cero en este caso). Pensaremos en estos dos casos, aunque la misma discusión se puede hacer para variedades elásticas en general.

El problema que queremos analizar es la *dinámica colectiva de no-equilibrio* del sistema, gobernada por una ecuación de movimiento sobreamortiguada, estocástica y relajacional,

$$\eta \dot{\mathbf{x}} = -\frac{\delta H[\mathbf{x}]}{\delta \mathbf{x}} + \mathbf{F} + \zeta(t) \tag{2.2}$$

donde supondremos que $\mathbf{F}$ es una fuerza externa homogénea y ζ es el ruido térmico que cumple

$$\langle \zeta_{\alpha i}(\mathbf{z}, t) \zeta_{\beta i}(\mathbf{z}', t') \rangle = 2\eta T \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{z} - \mathbf{z}') \delta(t - t') \tag{2.3}$$

de tal forma que la ecuación de movimiento 2.2 describa propiamente el estado de equilibrio (y cercanía) cuando no hay fuerza externa, garantizando la validez del teorema de fluctuación disipación. La justificación de esta ecuación disipativa y sobreamortiguada para los vórtices es discutida en la sección 1.2, pero es de notar que su simplicidad la hace ubicua y paradigmática. Ecuaciones del tipo de 2.2 aparecen no sólo asociadas al movimiento de redes de vórtices en superconductores tipo II bajo la acción de una fuerza de Lorentz, sino también en cristales de Wigner de electrones bajo la acción de un voltaje externo, redes de burbujas magnéticas bajo la acción de un gradiente de campo magnético, ondas de densidad de carga o coloides bajo la acción de un campo eléctrico, redes de junturas Josephson, etc. En todos estos casos la presencia de desorden estático H_{des} *rompe la simetría de traslación* continua de H haciendo que hasta una traslación uniforme del sistema sea no trivial. La competencia dinámica y en general *no lineal* entre periodicidad y desorden en la red en movimiento da lugar a un estado que es de *no-equilibrio*, ya que el sistema experimenta efectos dinámicos que están ausentes en el caso de equilibrio $\mathbf{F} = \mathbf{0}$, y que en general no pueden mapearse a un formalismo de equilibrio con un hamitoniano efectivo.

Empecemos la discusión con el caso **estático**, cuando $\mathbf{F} = \mathbf{0}$. La ecuación a resolver es

$$\eta\dot{\mathbf{x}} = -\frac{\delta H[\mathbf{x}]}{\delta \mathbf{x}} + \zeta(t) = -\frac{\delta H_{int}[\mathbf{x}]}{\delta \mathbf{x}} - \frac{\delta H_{des}[\mathbf{x}]}{\delta \mathbf{x}} + \zeta(t) \tag{2.4}$$

La solución estacionaria de esta ecuación corresponde a un estado que puede describirse con la mecánica estadística de Boltzman y en particular es válido el *teorema de fluctuación disipación dinámico*, relacionando las fluctuaciones espontáneas de un observable con las respuestas (lineales) a pequeñas perturbaciones (volveremos sobre este asunto más tarde, en este mismo capítulo y especialmente en el capítulo 6). Cabe mencionar que el cálculo de las propiedades estadísticas del sistema es un problema no trivial que requiere el uso de herramientas teóricas como la teoría de réplicas, para eliminar la dependencia con la realización de desorden en primer lugar, y de métodos variacionales o el grupo de renormalización para poder avanzar en la descripción a gran escala del hamiltoniano replicado. Este problema de *equilibrio* ha sido extensivamente estudiado, tanto teórica como experimentalmente para redes de vórtices en superconductores. Describiremos muy brevemente los principales resultados. Cuando no hay desorden la red cristalina de Abrikosov se funde a un líquido de vórtices en una transición de primer orden. Cuando hay desorden el orden cristalino de la red sólida de Abrikosov es destruído, dando lugar, en principio, a dos fases sólidas vidriosas. Estas fases sólidas a su vez se pueden fundir en una línea de transición $H_m(T)$ en un líquido de vórtices. En la figura 2.1 mostramos un diagrama de fases esquemático $H - T$ para un superconductor sin desorden comparado con uno con desorden. La fase vidrio de Bragg o "*Bragg glass*", propuesta por Giamarchi y Le Doussal [17], es un sólido con orden traslacional (triangular) de cuasi-largo alcance (que da lugar a picos de Bragg en el factor de estructura), estable frente a la proliferación de dislocaciones. Esta fase puede perder su orden topológico aumentando la temperatura, aumentando el desorden o aumentando el campo magnético, ver figura 2.1. En el primer caso el *Bragg glass* se vuelve inestable a la proliferación de defectos topológicos y se funde en una transición de primer orden a un líquido de vórtices. En el segundo caso el *Bragg glass* se vuelve también inestable a la proliferación de defectos topológicos pero transiciona a otra fase sólida y vidriosa, conocida como vidrio de vórtices o "vortex glass". Ambas fases son "vidrios" en el sentido de que son fases con muchos estados metaestables separados por barreras divergentes. Este "orden congelado" es el análogo en vidrios de espín expresado por un valor finito del parámetro de orden vidrioso de Edwards Anderson, que implica también una ruptura de la ergodicidad. Cabe mencionar aquí que, a diferencia del *Bragg glass*, hay algunas cuestiones sobre el vortex glass que no están definitivamente bien entendidas, pero su discusión escapa a esta tesis. De cualquier manera la naturaleza vidriosa no se manifiesta tan bien en las propiedades de equilibrio como en el comportamiento dinámico. Esto nos lleva inmediatamente a la discusión del caso dinámico.

Consideremos ahora el caso **dinámico**, cuando $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$. Este problema es de mucho interés en superconductores, ya que es el que debemos resolver para entender las propiedades de transporte. Con fines ilustrativos consideremos primero el caso

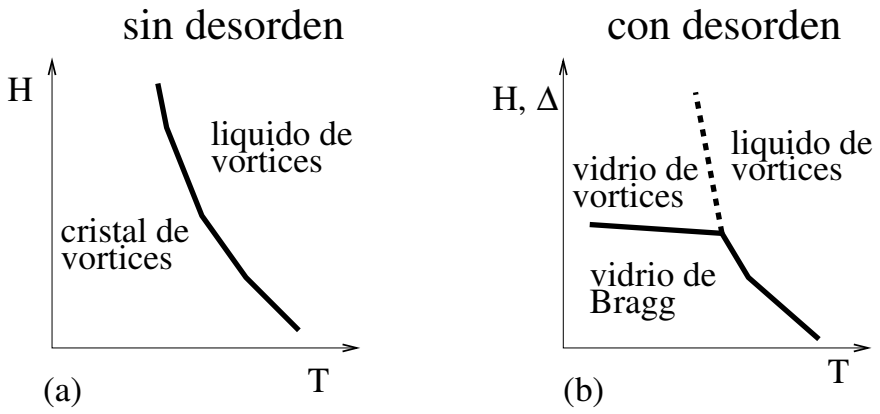


Figura 2.1: Diagramas de fase $H-T$ de vórtices. (a) Sin desorden ($\Delta = 0$), hay una fase sólida cristalina y un líquido de vórtices. (b) Con desorden ($\Delta > 0$) el orden traslacional de largo alcance del cristal de vórtices es destruído, dando lugar al vidrio de Bragg y al vidrio de vórtices que se funden a un líquido de vórtices.

sin anclaje $H_{des} = 0$. Mediante el cambio de variables $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{F}t$ la ecuación 2.2 se convierte en,

$$\eta\dot{\mathbf{x}}' = -\frac{\delta H_{int}[\mathbf{x}' + \mathbf{F}t]}{\delta \mathbf{x}'} + \zeta(t) \tag{2.5}$$

Como H_{int} es invariante ante traslaciones, $H_{int}[\mathbf{x}' + \mathbf{F}t] = H_{int}[\mathbf{x}']$, y por lo tanto esta ecuación queda

$$\eta\dot{\mathbf{x}}' = -\frac{\delta H_{int}[\mathbf{x}']}{\delta \mathbf{x}'} + \zeta(t) \tag{2.6}$$

Esta ecuación es idéntica a 2.4 y por lo tanto tiene las mismas soluciones en el plano $H-T$ que el problema de equilibrio sin desorden: una fase cristalina de vórtices que se funde a un líquido de vórtices. La solución estacionaria para $\mathbf{x}$ con $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$ describe por lo tanto (cambiando a las variables originales) a un cristal de vórtices en movimiento para $H < H_m(T)$ o a un líquido de vórtices en movimiento para $H < H_m(T)$. La velocidad media de las fases en movimiento es $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}/\eta$. Por lo tanto sin desorden la curva velocidad media V vs F es lineal (óhmica) $V = F/\eta$, independiente de las interacciones en el estado estacionario. Podemos extender sin problemas el diagrama de fases $H-T$ estático de la figura 2.1(a) a un *diagrama de fases dinámico* $H-T-F$ como el que se muestra en la figura 2.2(a). El resultado es muy simple: las fases dinámicas están directamente conectadas con las estáticas mediante una transformación de Galileo, y dados (H, T, F) uno puede describir unívocamente el estado macroscópico estático o en movimiento. Para un mismo valor de H y T la única diferencia entre la fase estática con $F = 0$ y la fase dinámica con $F \neq 0$ es que esta última disipa constantemente, dando un voltaje $V = F/\eta$, pero sin afectar la estructura de la red de vórtices vista desde el centro de masa.

Consideremos ahora el caso dinámico *con desorden*. ¿Es posible extender ahora el diagrama de fases estático $H-T$ de la figura 2.1(b) a uno dinámico $H-T-F$,

como el propuesto de la figura 2.2(b)?. Vimos que cuando no hay desorden éste es un problema trivial. Cuando hay desorden en cambio la simetría de invariancia traslacional está rota en H y el argumento de la transformación de Galileo falla. Vamos a partir de la suposición de que la ecuación 2.2 tiene una solución estacionaria que corresponde a una fase dinámica en movimiento con velocidad media (del centro de masa CM) $\mathbf{v}$, que seguramente dependerá de (T, H, F). Esta es una suposición muy razonable en la mayoría de los sistemas descriptos por la ecuación disipativa y sobreamortiguada 2.2 y no nos detendremos en las posibles pero pocas excepciones. Para analizar la fase dinámica es conveniente hacer una transformación al sistema de referencia de CM $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{v}t$ en la ecuación de movimiento 2.2

$$\eta\dot{\mathbf{x}'} = -\frac{\delta H[\mathbf{x}' + \mathbf{v}t]}{\delta \mathbf{x}'} + \mathbf{F} - \eta\mathbf{v} + \zeta(t) = -\frac{\delta H_{int}[\mathbf{x}']}{\delta \mathbf{x}'} - \frac{\delta H_{des}[\mathbf{x}' + \mathbf{v}t]}{\delta \mathbf{x}'} + (\mathbf{F} - \eta\mathbf{v}) + \zeta(t) \tag{2.7}$$

donde en la segunda igualdad hemos hecho explícito el hecho de que H_{int} es invariante ante traslaciones. Las propiedades estadísticas de las soluciones estacionarias de esta ecuación no estarán en general descriptas por la mecánica estadística de equilibrio Boltzman. Esto se debe a la presencia de una fuerza de anclaje dependiente del tiempo $\mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}', t) = -\frac{\delta H_{des}[\mathbf{x}'+\mathbf{v}t]}{\delta \mathbf{x}'}$ y al término $(\mathbf{F} - \eta\mathbf{v})$ que no deriva de un potencial. Sin precisar aún la naturaleza del desorden podemos escribir, sin pérdida de generalidad,

$$\mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}', t) = \mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}') + \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t) \tag{2.8}$$

donde $\mathbf{F}^{est}$ representa a una posible contribución estática de la fuerza de anclaje, tal que el promedio temporal en el estado estacionario $\langle \mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}', t)\rangle_t = \mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}')$, y $\mathbf{F}^{din}$ representa una contribución dinámica fluctuante de la fuerza de anclaje, *explícitamente* dependiente del tiempo, tal que $\langle \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t)\rangle_t = \mathbf{0}$. Ambas contribuciones de $\mathbf{F}^{des}$ tienen por efecto generar tensiones inhomogéneas, estáticas y fluctuantes respectivamente, sobre la red en movimiento. La magnitud de estas tensiones determinará si es posible tener por ejemplo una fase sólida (elástica) en movimiento o si ésta es siempre destruída cuando la red se pone en movimiento. Supongamos por un momento que los términos $\mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t)$ y $\mathbf{F} - \eta\mathbf{v}$ se pueden despreciar. La ecuación 2.7 es entonces del mismo tipo que la ecuación 2.4. Describe por lo tanto la dinámica de un sistema que relaja a un estado de equilibrio térmico en donde, en particular, se aplica el teorema de fluctuación-disipación dinámico. Los mismos métodos usados para resolver el problema estático podrían ser utilizados entonces para caracterizar la fase dinámica, ya que lo hemos convertido en un problema *de equilibrio* con un hamiltoniano efectivo. Es de esperar que la estructura de la fase en movimiento (vista desde el CM) sea sin embargo diferente a la de la fase estática, ya que la primera experimenta el desorden efectivo H_{est} en vez del desorden H_{des} de la segunda. Como $\mathbf{F}$ rompe la simetría de rotación en general H_{est} describirá un potencial de anclaje anisotrópico, a diferencia de H_{des} que hemos supuesto estadísticamente isotrópico (en el ensamble de desorden). Por lo tanto es plausible que en general *las fases dinámicas sean anisotrópicas*. La mayor dificultad del problema planteado por la ecuación 2.7 es entonces la presencia del término

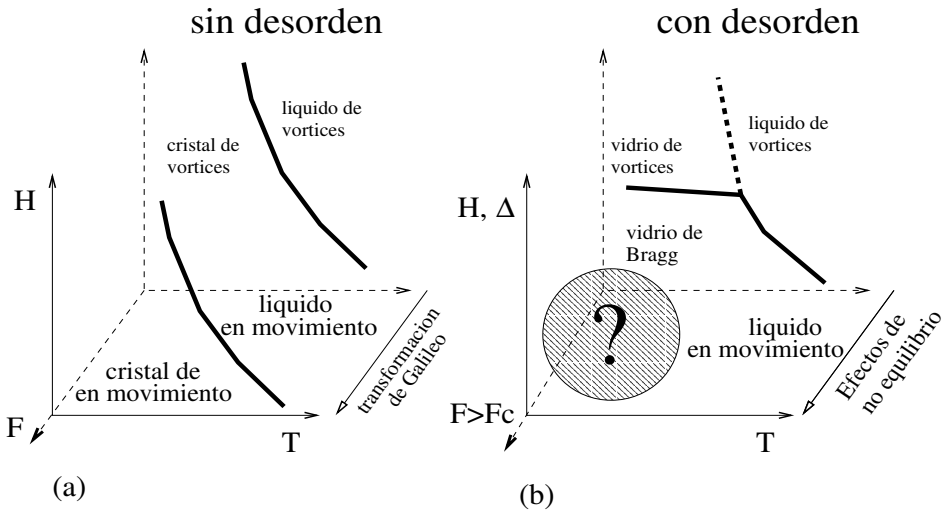


Figura 2.2: Posibles diagramas de fase "dinámicos" $H-T-F$ de vórtices.(a) Sin desorden las fases en movimiento son idénticas a las fases estáticas vistas desde el sistema de referencia en movimiento, debido a la invariancia ante traslaciones. (b) Con desorden se pierde la invariancia ante traslaciones y la red en movimiento experimenta efectos de no-equilibrio (tensiones inhomogéneas estáticas y fluctuantes) que no se pueden mapear en general a un formalismo de equilibrio. El trabajo de esta tesis está focalizado en lo que sucede en la zona del signo de interrogación.

explícitamente dependiente del tiempo $\mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}',t)$ y del término disipativo $\mathbf{F}-\eta\mathbf{v}$. Estos dos términos hacen que la ecuación de movimiento con ruido térmico deje de cumplir las condiciones de relajación a un estado estacionario de equilibrio, y en particular que se viole el teorema de fluctuación disipación. $\mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}',t)+\mathbf{F}-\eta\mathbf{v}$ convierte entonces al problema dinámico en un genuino problema de *no-equilibrio*, que no se puede mapear por una transformación de Galileo a un problema de mecánica estadística de equilibrio con un desorden estático efectivo. Como no hay una mecánica estadística "universal" (i.e. independiente del sistema en cuestión) para describir sistemas fuera del equilibrio, como lo es efectivamente la de Boltzman para describir sistemas en equilibrio térmico [1], hay muchas cuestiones para plantear acerca de un sistema impulsado sobre el medio desordenado, como por ejemplo:

- ¿Se puede construir un diagrama de fase de no-equilibrio, fig. 2.2(b), con las fases dinámicas clasificadas por parámetros de orden y simetrías, en forma análoga a lo que se hace en equilibrio? (ver capítulos 3,4).

- Provisto que un líquido en movimiento de vórtices es muy plausible que exista; ¿pueden existir también fases sólidas en movimiento a bajas temperaturas y desorden débil?. Si es así, ¿cual es su naturaleza?. Si no es así, ¿surgen nuevas fases (distintas de un líquido en movimiento) al poner en movimiento a los vidrios estáticos de vórtices? (ver capítulos 3,4).

[1] Dejamos de lado aquí la discusión de que tan "universal" es la estadística de Boltzman para describir situaciones de equilibrio térmico. La propuesta de una mecánica estadística no-extensiva por ejemplo [48] sugiere que la estadística de Boltzman no es tan universal.

- ¿Cuál es la relación entre fluctuaciones espontáneas y respuesta ante pequeñas perturbaciones en las fases de no-equilibrio? (ver capítulo 6). ¿Qué relación hay en este sentido con otros sistemas fuera del equilibrio? (ver capítulo 7).

- ¿Qué propiedades macroscópicas sirven para caracterizar a las fases y transiciones de fase de no-equilibrio? (ver capítulos 3,5,4).

- ¿Qué información sobre las fases dinámicas y las transiciones contienen las curvas $F - V$, de fuerza impulsora F vs velocidad media v? (ver capítulos 3,5,4).

y muchas otras más. La última cuestión es muy importante en el contexto de los superconductores. Como mostramos en la sección 1.2 la curva fuerza-velocidad de la red de vórtices es prácticamente equivalente a la curva corriente-voltaje (IV) de un superconductor con vórtices. La curva IV es una de las propiedades más relevantes y de acceso experimental más directo de los superconductores y de hecho fueron mediciones de transporte las que motivaron los primeros estudios de las fases dinámicas. La respuesta velocidad-fuerza típica (y bastante genérica en variedades elásticas en medios desordenados) se muestra en la figura 2.3 para una temperatura $T = 0$ y otra $T > 0$. La línea a trazos es la curva $V - F$ para un sistema sin desorden $V = F/\eta$. Se distinguen claramente tres regímenes. Para fuerzas chicas es muy importante distinguir entre los casos de temperatura cero y temperatura finita. A $T = 0$ la fuerza impulsora tiene que superar un valor crítico F_c para poner en movimiento al sistema a una velocidad v finita (estríctamente hablando esto es cierto sólo si no hay fluctuaciones cuánticas, ver [14]). Este fenómeno es conocido como transición de desanclaje o *depinning*. Para $T > 0$ en cambio hay una velocidad finita aún para $F < F_c$ debido a activación térmica y la curva IV es sub-lineal, en un régimen de reptación o *creep regime*. Para fuerzas altas $F \gg F_c$ el efecto del desorden disminuye y se alcanza asintóticamente el flujo "libre" $V \sim F/\eta$. Este régimen, conocido como régimen de flujo o *flow regime*, es en el que más nos concentramos en el trabajo de esta tesis. Para terminar esta discusión general describiremos muy brevemente estos tres regímenes.

En el régimen de *creep* el sistema se encuentra en un estado *cercano al equilibrio* y su movimiento es activado térmicamente. Por lo tanto la respuesta dinámica estará relacionada con las barreras efectivas $U(F)$ entre distintos estados metaestables,

$$V(F) \sim (F/\eta)e^{-U(F)/T} \tag{2.9}$$

Las barreras típicas $U(F)$ pueden ser directamente relacionadas a la estructura espacial de la fase estática. Para la fase líquida $U(F) \sim cte$ mientras que para las fases vidriosas se predice una dependencia divergente con F del tipo $U(F) \sim F^{-\mu}$, con $\mu > 0$. μ toma un valor diferente según se trate del *Bragg glass* o del vortex glass, ya que es sensible a la estructura. Por lo tanto la respuesta a pequeñas fuerzas resulta lineal (óhmica) en el líquido y no lineal (sub-óhmica) en las fases vidriosas, con distintas leyes de escala con F. Este hecho ha sido usado extensivamente para caracterizar las fases estáticas y la transición de fusión. Hay sin embargo ciertas

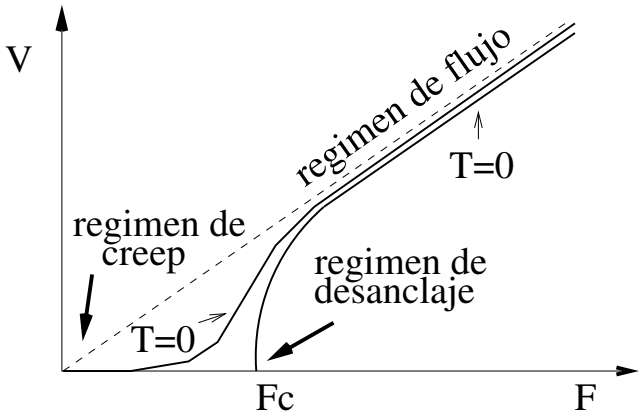


Figura 2.3: Regímenes dinámicos básicos de una red de vórtices en la curva velocidad-fuerza a $T = 0$ y a $T \neq 0$. Sin desorden la respuesta es lineal (óhmica), indicada por la línea a trazos. Con desorden las curvas son no-lineales. A $T = 0$ la red se desancla y empieza a moverse a una fuerza crítica F_c. A $T > 0$ hay movimiento térmicamente activado ya para $F \ll F_c$. Para $F \gg F_c$ los efectos del desorden disminuyen y la curva se vuelve lineal.

cuestiones no resueltas en la caracterización completa de este régimen en las que no me explayaré [49].

La *fuerza crítica* es quizá una de las más importantes características de la dinámica en un medio desordenado. Larkin y Ovchinikov mostraron que esta cantidad se puede relacionar a la estructura de la fase estática de la red de vórtices (cuando $T \sim 0$). En su *teoría de anclaje colectivo* la fuerza crítica F_c está directamente relacionada a una longitud de correlación estática característica R_c [8] (que define el tamaño máximo del dominio de la red donde el desorden puede ser tratado perturbativamente). El contenido físico básico de esta predicción es que cuando más ordenada esté la red, mayor es R_c y menor F_c, y viceversa, cuanto más distorsionada la red, menor R_c y mayor F_c. Por ejemplo, en una red ordenada rígida tendríamos $R_c = \infty$ y por lo tanto $F_c = 0$, debido a que las fuerzas de anclaje locales se suman incoherentemente. En cambio, una red blanda se distorsiona mucho para aprovechar la energía de anclaje haciendo que R_c decrezca y que aumente F_c hasta el límite de saturación de anclaje individual. La *transición de desanclaje* cuando F supera F_c es muy sutil. En un principio ésta transición ha sido estudiada haciendo una analogía con los fenómenos dinámicos críticos: se propone $V \sim (F - F_c)^\beta$ con un exponente crítico β que se calcula en general en base a argumentos de escala [50]. Si bien esta descripción funciona en general para sistemas elásticos parece no describir en general la transición de desanclaje de redes de vórtices en ciertas situaciones. Tanto en experimentos [41] como en simulaciones [51] de vórtices en films superconductores delgados se encuentra por ejemplo que la transición de desanclaje puede ser fuertemente histerética y abrupta, lo cual viola claramente la ley $V \sim (F - F_c)^\beta$.

Finalmente llegamos al régimen de fuerzas intermedias $F > F_c$ y altas $F \gg F_c$, que estudiamos en esta tesis mediante simulaciones numéricas. Describiremos por lo tanto más en detalle los estudios teóricos, experimentales y de simulación numérica

de este régimen de flujo.

2.2 Fusión dinámica de la red de vórtices

Una de las principales motivaciones de nuestro trabajo fue la predicción teórica de transiciones de fase dinámicas en la red de vórtices. El régimen de alta velocidad $V \gg F_c/\eta$ fue por mucho tiempo considerado como el más fácil de entender. El argumento era que cuando el sistema se mueve muy rápido experimenta fuerzas de anclaje temporalmente fluctuantes (visto desde el sistema de referencia de su centro de masa), similares a un "ruido térmico" dependiente de la velocidad. La intensidad de este ruido debería tender a cero a velocidades grandes ya que, como la red de vórtices tiene un tiempo de respuesta finito en escalas de longitud finitas, los desplazamientos inducidos por las fuerzas de anclaje disminuyen cuanto más rápido fluctuan las mismas. Bajo esta suposición es razonable pensar que, si la temperatura externa es menor que la temperatura de fusión del sistema en equilibrio, un sólido cristalino de vórtices en movimiento, inducido por las interacciones, debería ser estable a altas velocidades. Desde el punto de vista de la discusión general que desarrollamos en la sección anterior Esto equivale a hacer las siguientes aproximaciones a la ecuación 2.10

$$\mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}',t) = \mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}') + \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}',t) \approx \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}',t) \tag{2.10}$$

es decir equivale a despreciar cualquier posible componente estática de la fuerza de anclaje (sobre la red vista desde el sistema de centro de masa). La dependencia supuesta con la velocidad se traduce a decir que $\langle F^2_{din}\rangle_t \to \mathbf{0}$ cuando $V \to \infty$. Por lo tanto a velocidades grandes dominan las fuerzas de interacción y el sólido cristalino en movimiento es estable. Para cuantificar el débil efecto de las fuerzas fluctuantes de anclaje sobre este *supuesto sólido cristalino* es conveniente definir los desplazamientos $\mathbf{u}(\mathbf{X},\mathbf{z},t) \equiv \mathbf{x}(\mathbf{X},\mathbf{z},t) - \mathbf{X} - \mathbf{v}t$, donde $\mathbf{X}$ es la posición ideal (en el cristal) de un vórtice, vista desde el sistema de referencia moviéndose a la velocidad media del sistema $\mathbf{v}$. $\mathbf{X}$ en reemplazo del índice de objeto i es simplemente una forma más conveniente para una posterior descripción *coarse-grained*. La ecuación de movimiento para $\mathbf{u}$ entonces resulta,

$$\eta\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}^{int} + \mathbf{F}^{des} + \mathbf{F} - \eta\mathbf{v} + \zeta(t) \tag{2.11}$$

donde $\mathbf{F}^{int} = \delta H_{int}/\delta\mathbf{u}$ es la fuerza de interacción de un vórtice con los demás y $\mathbf{F}^{int} = \delta H_{des}/\delta\mathbf{u}$ la fuerza de anclaje. La ventaja de trabajar con $\mathbf{u}$ en vez de con $\mathbf{x}$ es que, en base a nuestras suposiciones, podemos considerar a $\mathbf{u}$ como una cantidad pequeña. Podemos por tanto hacer una aproximación armónica para la fase *elástica*, $\mathbf{F}^{int} \approx \mathbf{F}^{el}$ donde la fuerza elástica instantánea depende linealmente de $\mathbf{u}$,

$$F^{el}_{\alpha} = \Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{q})u_{\beta}(\mathbf{q},t) \tag{2.12}$$

$$\Gamma_{\alpha\beta} = \sum_p [c_p q_\perp^2 + c_{44} q_\parallel^2] P^p_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_\perp) \tag{2.13}$$

donde Γ representa la dispersión elástica, $p = L, T$ designa la polarización longitudinal y transversal, $c_p \equiv c_{11}, c_{66}$ las constantes elásticas, y $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$. La fuerza de anclaje $\mathbf{F}^{des}$ se puede escribir como,

$$\mathbf{F}^{des}(\mathbf{X}, \mathbf{z}, t) = -\nabla_\perp V(\mathbf{X} + \mathbf{v}t + \mathbf{u}(\mathbf{X}, \mathbf{z}, t), \mathbf{z}) \tag{2.14}$$

y por lo tanto depende implícitamente de $\mathbf{u}$. El potencial de anclaje y el ruido térmico se suponen gaussianos con funciones de autocorrelación

$$\langle \zeta_\alpha(\mathbf{X}, \mathbf{z}, t)\zeta_\beta(\mathbf{0}, \mathbf{0}, t)\rangle = 2\eta T \delta_{\mathbf{X},\mathbf{0}}\delta_{\alpha\beta}\delta(t) \tag{2.15}$$

$$\overline{V(\mathbf{r})V(\mathbf{0})} = \Delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{z}) \tag{2.16}$$

Las ecuaciones 2.11-2.16 son las que describen la dinámica de la supuesta fase elástica. Schmid y Hauger [24] y Larkin y Ovchinikov [25] fueron los primeros que escribieron ecuaciones equivalentes para calcular las correcciones a la velocidad media $\delta\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{F}/\eta$ y para explicar los escalones en las curvas IV observados por Fiory [26] cuando $\mathbf{F} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{ac}\cos(\Omega t)$ (ver capítulo 5). Mucho más recientemente Koshelev y Vinokur [29] fueron más lejos con estas mismas ecuaciones, imaginando un escenario físico muy interesante que luego disparó una gran actividad en el estudio de las transiciones de fase dinámicas en redes de vórtices. La idea que tuvieron fue la de estimar $\overline{\langle|\mathbf{u}^2|\rangle}$ tratando perturbativamente al desorden en la aproximación elástica y luego usar un criterio de fusión de Lindemann para estimar aproximadamente la velocidad crítica v_f a la cual podía ocurrir una *fusión dinámica* de la red de vórtices en movimiento, o la desestabilización del sólido cristalino [2]. Koshelev y Vinokur encontraron que los desplazamientos debidos a la fuerza de anclaje son análogos a los producidos por fluctuaciones térmicas, $\overline{\langle|\mathbf{u}^2(q)|\rangle} \propto 1/q^2$. Esto los llevó a introducir una *temperatura ficticia* de movimiento coherente $T_{sh}^{coh} \sim 1/v^2$, tal que $\overline{\langle|\mathbf{u}^2(q)|\rangle} = T_{coh}^{sh}/C_{66}q^2$. Por otro lado estudiaron lo que sucede para $v < v_f$, en la fase no elástica. Aquí supusieron que el movimiento es totalmente incoherente y despreciaron el efecto de las interacciones entre vórtices (ver capítulo 6). Haciendo una analogía entre la fuerza fluctuante de anclaje $\mathbf{F}^{des}$ de ec.2.14 y el ruido térmico ζ de ec.**??** definieron otra temperatura ficticia T^{sh} o "temperatura de shaking" de la siguiente forma,

$$T^{sh} \equiv \frac{1}{4\eta}\sum_\alpha \int dtds\overline{F_\alpha^{des}(\mathbf{X}, \mathbf{z}, t)F_\alpha^{des}(\mathbf{X}, \mathbf{0}, t)} \propto \frac{1}{v} \tag{2.17}$$

Supusieron luego que cuando el sistema está en su régimen de flujo incoherente puede ser descripto cualitativamente como un sistema sin desorden pero con una

[2] Uno se podría preguntar porqué la propuesta de la fusión dinámica de la red de vórtices fue hecha recién en 1994 y no veinte años antes por Schmid y Hauger, Larkin y Ovchinikov u otros, siendo que la validez de la aproximación elástica es una cuestión automática al plantear las ecuaciones de movimiento!. Una razón es, seguramente, que no había en los 70' evidencias experimentales que hicieran sospechar la existencia de tal efecto, pero sí las hubo después del descubrimiento de los superconductores de alta T_c [27]. La simulación numérica, no tan usual en los 70' pero sí en los 90', seguramente ayudó a desarrollar la intuición o a asentar las sospechas.

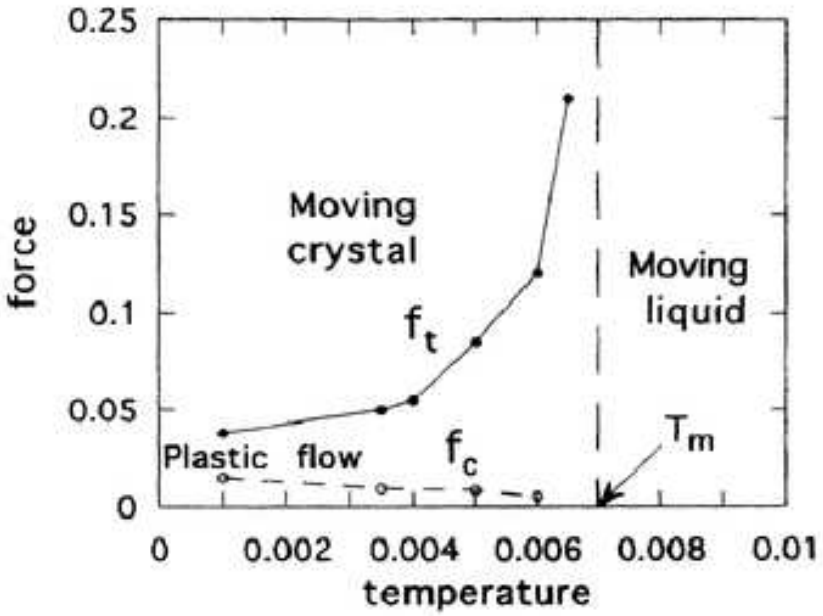


Figura 2.4: Diagrama de fases dinámico propuesto por Koshelev y Vinokur [29] en $d = 2$. La fuerza f_c es la fuerza crítica de desanclaje de la red. La fuerza f_t marca la línea de fusión dinámica de la red de vórtices, entre un régimen de flujo plástico con la estructura de un líquido y un cristal en movimiento. La temperatura T_m es la temperatura de fusión de equilibrio, por encima de la cual hay un líquido en movimiento a cualquier velocidad.

temperatura efectiva $T_{ef} = T + T_{sh}(v)$. De esta manera "mapearon" un problema de no-equilibrio a uno de equilibrio (visto desde el sistema de referencia moviéndose con velocidad v). Entonces calcularon la velocidad crítica de fusión v_f igualando la temperatura efectiva a la *temperatura de fusión de equilibrio* T_f del sistema sin anclaje, $T_{ef}(v_f) = T_f$. Con esta analogía predijeron que la temperatura de fusión de no equilibrio de la red de vórtices es dependiente de la velocidad y está dada por,

$$T_f(v) = T_f - T_{sh}(v) \tag{2.18}$$

donde $T_f \equiv T_f(v = \infty)$. La red fuera del equilibrio se funde entonces siempre a una temperatura menor que en equilibrio, debido a las tensiones adicionales debidas a la fuerza de anclaje. Comparando las temperaturas ficticias introducidas para el movimiento coherente e incoherente Koshelev y Vinokur encontraron que $T^{sh}_{coh} \approx (v_{rel}/v)T^{sh}(v)$, donde v_{rel} es una velocidad característica. El hecho de que estas dos temperaturas no coincidan para v_f y que típicamente $v_{rel}/v_f > 1$ los llevó a predecir que la transición de fusión dinámica es de primer orden, con histéresis. El fenómeno de "sobrecalentamiento" por ejemplo implica que la fase de movimiento coherente puede entrar un poco en la zona $v < v_f$. Notemos que para llegar a 2.18 hay muchas aproximaciones involucradas, como la aproximación elástica para describir una supuesta fase cristalina, los efectos anisotrópicos despreciados, la analogía de equilibrio con la introducción de temperaturas ficticias y el cálculo de perturbaciones.

A pesar de esto, la relación 2.18 parece ser consistente con algunas observaciones experimentales [27, 41] y simulaciones numéricas [29]. En la figura 2.4 se muestra el diagrama de fases dinámico obtenido mediante simulaciones numéricas de vórtices interactuantes en 2D de ref. [29]. La línea de transición f_t de fusión dinámica fue determinada como la fuerza a la cual la concentración de defectos topológicos se incrementa abruptamente.

2.3 Mediciones de transporte

El trabajo de Koshelev y Vinokur fue el primer trabajo teórico donde se propone una transición dinámica de no equilibrio en la red de vórtices y se describe cualitativamente su naturaleza. Sin embargo han sido los experimentos de transporte en superconductores con vórtices el puntapié inicial en la investigación de las fases dinámicas de no equilibrio de la red de vórtices, aunque a partir de los datos de transporte solamente no es fácil escudriñar además su naturaleza. En particular la observación [27] de dramáticos efectos en la evolución de las curvas IV en $2H-NbSe_2$, cambiando campo o temperatura, cerca del denominado "efecto pico" (pico en la corriente o fuerza crítica F_c en función de campo o temperatura) condujo a la construcción de un diagrama de fases dinámico empírico que se muestra en la figura 2.5. Anteriormente, mediante difracción de neutrones, se había obtenido evidencia experimental de una evolución también dramática de las correlaciones entre vórtices [28]. Lo que se observó en estos estudios de difracción de neutrones es que los picos de Bragg observados en la estructura de vórtices anclada ($F < F_c$) se ensanchaban apreciablemente en la transición de desanclaje en F_c y que luego, incrementando F, los picos de Bragg se angostaban nuevamente. Se hizo necesario entonces entender cual era la naturaleza de las fases en movimiento. El diagrama de fases $F-H$ de la figura 2.5 fue entonces interpretado de acuerdo a esta evidencia de *reordenamiento dinámico* que sugiere que los efectos dinámicos del desorden son importantes sólo cerca de F_c. La figura 2.5(izquierda) muestra varias curvas $I-dV/dI$ extraídas de las curvas IV para diferentes campos H. En la misma se indican cuales son las fuerzas características F_c y I_{cr} que fueron utilizadas para la construcción del diagrama de la figura 2.5(derecha). Como podemos ver en la figura 2.5(derecha), en ref.[27] proponen que incrementando F desde cero a campos bajos hay una transición dinámica en F_c de un *sólido anclado* a un *régimen de flujo elástico* o sólido en movimiento. Por debajo del campo de fusión H_m pero cerca del efecto proponen que aparece una fase intermedia de *flujo plástico* separando el sólido anclado del régimen de flujo elástico. Por encima del campo de fusión H_m proponen una sola transición dinámica, de un líquido anclado a un líquido en movimiento.

Otro diagrama de fases dinámico experimental fue propuesto por Hellerqvist *et.al.* para films superconductores amorfos de $Mo_{77}Ge_{23}$ [41]. El diagrama se muestra en la figura 2.6(derecha) y las fuerzas características son la fuerza crítica de desanclaje y la fuerza donde se observa un pico en la resistencia diferencial dV/dI. En la figura 2.6(izquierda) se muestran curvas $dV/dI-I$ para varias temperaturas junto con sus correspondientes curvas IV. Dado que en este sistema la longitud de penetración es mucho mayor que el espesor del film, es un ejemplo de

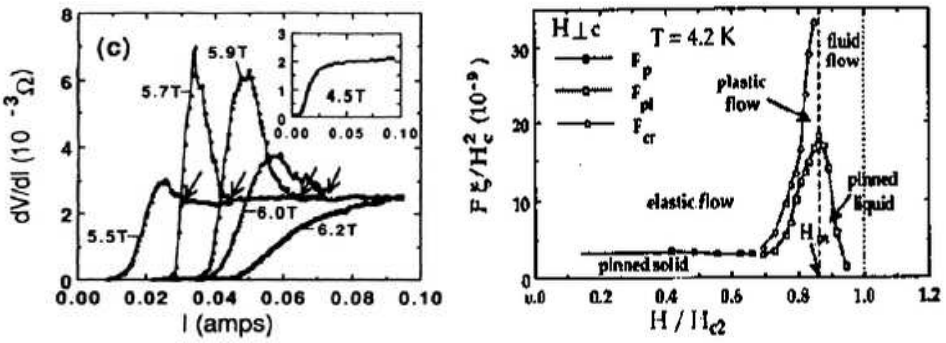


Figura 2.5: Derecha: Diagrama de fase dinámico experimental corriente-campo de un superconductor de $2H - NbSe_2$ [27]. La primera línea de transición es la corriente crítica de desanclaje y la segunda es la corriente donde la curva IV se vuelve lineal y se reducen las fluctuaciones en la resistencia diferencial dV/DI vs I. Izquierda: curvas de resistencia diferencial dV/dI-I de donde se extrajeron las corrientes características.

superconductor bidimensional con vórtices puntuales. Por otro lado el desorden es mayor que el del superconductor tridimensional de la fig. 2.5. El diagrama de fases 2.6 es muy similar al de Koshelev y Vinokur de fig. 2.4 y ha sido interpretado en los mismos términos. En este experimento sugieren que el pico en la resistencia diferencial señala la transición de fusión dinámica de Koshelev y Vinokur a un régimen de flujo elástico. Notemos que para construir el diagrama de fig.2.5(derecha) se usó un criterio diferente al de la figura 2.6 para determinar la *misma* transición. La fuerza F_{cr} no corresponde al pico en la resistencia diferencial sino a la fuerza a la cual la curva IV se hace lineal (y se reducen las fluctuaciones en dV/dI vs I).

Para poder interpretar estos experimentos es necesario conocer cual es la naturaleza de las transiciones o *crossovers* observados en las curvas IV. Esto es una importante motivación para la realización de simulaciones numéricas donde uno puede acceder a la vez a a las características IV y a la estructura dinámica subyacente. Discutiremos la interpretación de estos dos experimentos en particular en el capítulo 3 de esta tesis, en relación a los resultados obtenidos mediante nuestras simulaciones numéricas.

2.4 Estructura dinámica de la red de vórtices

Otra motivación muy importante para nuestro trabajo ha sido la evidencia experimental directa de la estructura espacial dinámica de la red de vórtices, lograda muy recientemente. La estructura dinámica de la red de vórtices en movimiento ha sido observada recientemente mediante técnicas de decoración magnética y microscopía túnel. En la figura 2.7 se muestran imágenes obtenidas por F. Pardo *et al.* [52] mediante decoración magnética "dinámica" para diferentes campos magnéticos y velocidades de la red de vórtices. La primer columna muestra la imagen en el espacio real, la segunda el módulo de su transformada de Fourier o factor de estructura y la tercera es la antitransformada del factor de estructura. Podemos ver que en general la estructura tiene orden triangular pero es anisotrópica, con

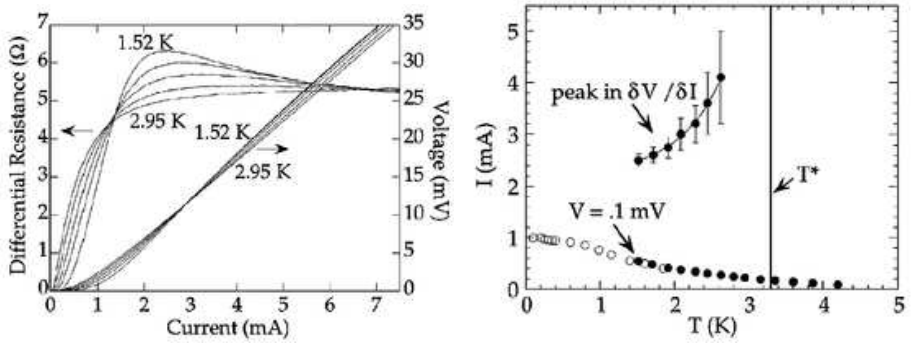


Figura 2.6: Derecha: Diagrama de fase dinámico experimental corriente-temperatura de un film superconductor delgado de Mo77Ge23 [41]. La primera línea de transición es la corriente crítica de desanclaje y la segunda es la corriente en el pico de la resistencia diferencial. Izquierda: curvas IV y dV/dI-I típicas de donde se extrajeron las corrientes características.

mayor orden traslacional en la dirección transversal a la dirección de movimiento que en la longitudinal. A campos bajos esta anisotropía es mucho mayor, y el ordenamiento es similar al que se observa en la fase esméctica de cristales líquidos. En analogía con los cristales líquidos nos encontramos con la interesante posibilidad de tener estructuras ordenadas en una dirección y desordenadas en otra, que no tienen contrapartida en el caso estático (siempre que el anclaje sea descorrelacionado e isotrópico). Esto es claramente inconsistente con la simple imagen de un cristal isotrópico en movimiento a altas velocidades [29], y nos dice que el efecto del anclaje sobre la red en movimiento es más complicado que el de una temperatura efectiva describiendo las fluctuaciones adicionales a las térmicas. Entender el origen de la anisotropía desde el punto de vista dinámico es importante, ya que nos proporciona valiosa información sobre la respuesta anisotrópica dinámica de la red de vórtices fuera del equilibrio.

Con microscopía túnel [53] también han sido obtenidas imágenes directas y sucesivas de vórtices en movimiento en un régimen de flujo plástico, debido a desorden fuerte en la muestra, y en un régimen de flujo elástico (al menos en el corto tiempo de observación), debido a desorden débil. En la figura 2.8 se muestra como se mueve la red de vórtices en una situación de desorden débil. Como vemos el movimiento es coherente localmente, y los vórtices se mueven en la dirección de uno de los ejes principales del orden triangular local. Otra observación interesante hecha en este trabajo es que la velocidad del centro de masa de los vórtices (los que ellos llegan a enfocar) presenta fluctuaciones periódicas, típicas de estructuras elásticas periódicas sobre un potencial desordenado. Una cuestión importante es conocer el grado de coherencia de este *orden temporal* ya que podría tener consecuencias en las propiedades de resupesta del sistema ante corrientes alternas, como analizamos en el capítulo 5.

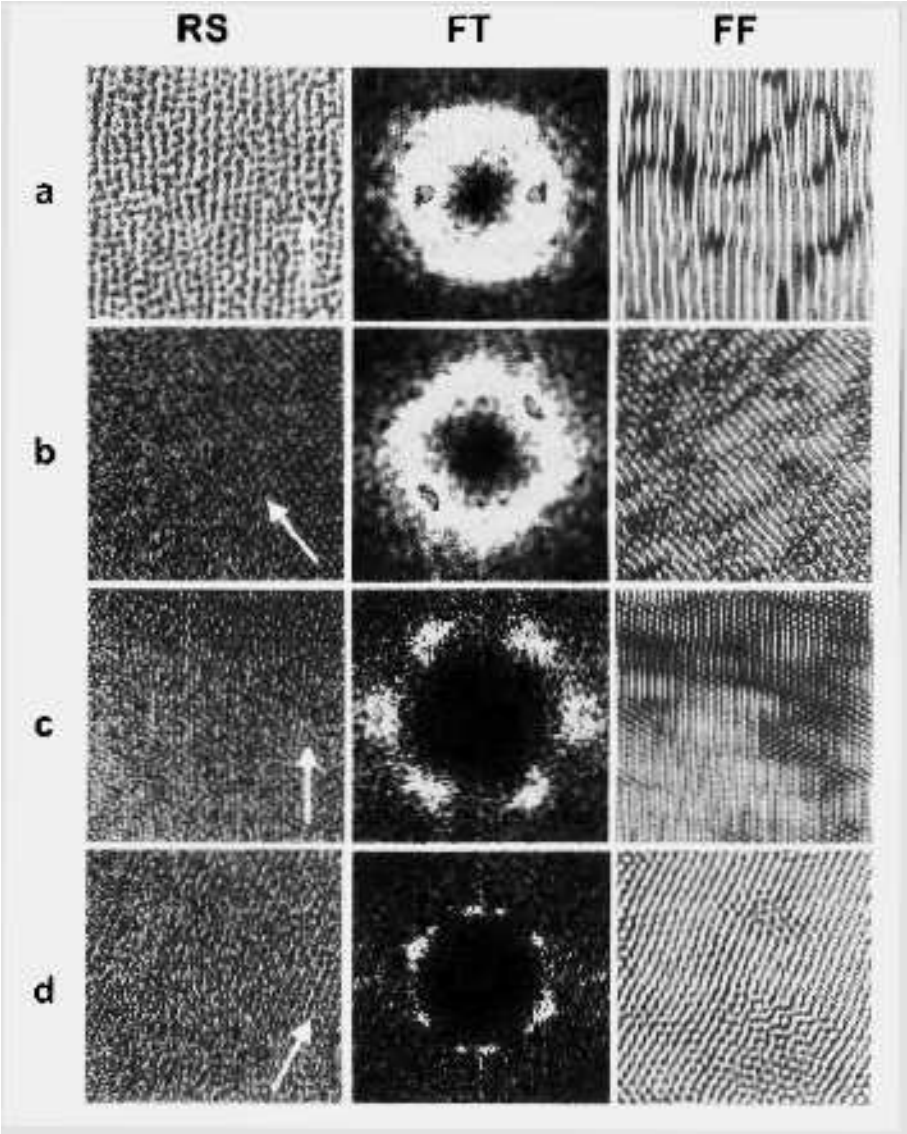


Figura 2.7: Imágenes de decoración magnética de la red de vórtices a diferentes campos y velocidades de flujo [52]. La primera columna muestra la imágen en el espacio real, la segunda muestra el módulo de su transformada de Fourier y la tercera columna muestra la imagen después de un proceso de filtrado de Fourier. Las filas (a) y (b), correspondientes a campos bajos y a una velocidad alta y baja respectivamente, muestran una estructura esméctica. La filas (c) y (d) , correspondientes a campos altos y a una velocidad alta y baja respectivamente, muestran una estructura denominada vidrio de Bragg en movimiento.

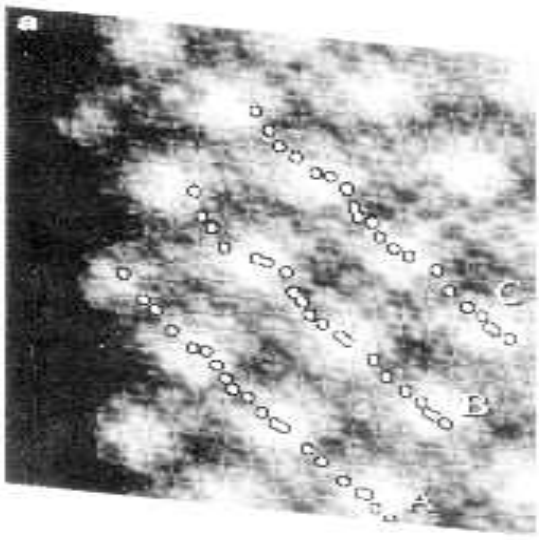


Figura 2.8: Imagen de microscopía túnel de una red de vórtices en una muestra de $NbSe_2$ con bajo desorden [53]. La imagen es el cuadro 85 de una serie de 168 imágenes. Los puntos representan las trayectorias de tres vórtices. El movimiento es en la dirección local de uno de los ejes principales de simetría de la red.

2.5 Fin del cristal en movimiento: ¿qué hay a cambio?

El cálculo de Koshelev y Vinokur fue hecho bajo la importante suposición de que los desplazamientos respecto de la posición *ideal* de los vórtices (i.e. la que tendrían sin desorden) inducidos por la fuerza de anclaje son cada vez más pequeños a medida que la velocidad se hace muy grande. Bajo esta suposición usaron teoría de perturbaciones en $1/v$ para obtener los desplazamientos. Esto lleva, casi por construcción, a describir un cristal en movimiento con fluctuaciones adicionales a las térmicas, que decrecen con la velocidad. Es decir, todo este cálculo está basado en la suposición de que la red en movimiento con desorden tiende a una red en movimiento sin desorden a altas velocidades. En el límite de velocidades altas la simetría de traslación sería entonces recuperada. Siguiendo con la discusión general comenzada en la sección 2.1 esto implica que la red en movimiento es estadísticamente isomorfa a la red estática sin desorden mediante una transformación de Galileo[3]. Reescribamos la ecuación de movimiento general 2.7,

$$\eta\dot{\mathbf{x}'} = \mathbf{F}^{int}(\mathbf{x}') + \mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}') + \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t) + \mathbf{F} - \eta\mathbf{v} + \zeta(t) \tag{2.19}$$

donde $\delta H_{int}/\delta\mathbf{x}' = \mathbf{F}^{int}$ y $\delta H^{des}/\delta\mathbf{x}' \equiv \mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}', t) = \mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}') + \mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t)$ con $\mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}') = \langle\mathbf{F}^{des}(\mathbf{x}', t)\rangle_t$. La ecuación 2.19 describe un cristal en movimiento sólo si $\mathbf{F}^{int}(\mathbf{x}')$ se hace más importante que todos los demás términos. Tanto la compo-

[3]Esto, si fuera cierto, sería muy interesante ya que sería posible investigar el diagrama de fases estático en el límite ideal de muestras totalmente "limpias" a partir de muestras normales con una corriente grande aplicada.

nente fluctuante de la fuerza de anclaje $\mathbf{F}^{din}(\mathbf{x}', t)$ como $\mathbf{F} - \eta\mathbf{v}$ son funciones de la velocidad y es razonable pensar que su efecto decrezca con v y se hagan menos importantes que $\mathbf{F}^{int}(\mathbf{x}')$. Por otro lado la intensidad del término del ruido térmico se puede disminuir bajando la temperatura (a una menor que la temperatura de fusión del cristal sin desorden). Por supuesto uno no puede descartar la posibilidad de que la *acción combinada* de los tres términos mencionados sea más apreciable que la de cada uno por separado, pero lo supondremos con fines ilustrativos. ¿Que sucede con el término $\mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}')$?. Notemos que esta componente estática de la fuerza de anclaje no puede depender de la velocidad, ya que proviene de un promedio temporal de una función que depende del tiempo a través de vt, asi que, de existir, la única forma de hacer pequeño a este término es disminuyendo la intensidad del desorden (sin tener en cuenta de nuevo las acciones combinadas con los otros términos). En cualquier caso notemos que de existir $\mathbf{F}^{est}(\mathbf{x}')$ rompe la simetría de traslación y puede dar lugar a comportamiento vidrioso. La consecuencia inmediata de ésto es que entonces no existe tal cosa como la posición "ideal" de un vórtice en un cristal en movimiento y la teoría de perturbaciones falla.

Efectivamente (¡y no era de esperar otra cosa con tan tendenciosa introducción!) se descubrió recientemente que la teoría de perturbaciones usada por Koshelev y Vinokur falla esencialmente por esa razón. Giamarchi y Le Doussal [54] se enfocaron en la estructura a gran escala de la red de vórtices y encontraron que ésta, aún a altas velocidades, retenía características vidriosas, como las de la fase estática. Otras investigaciones encontraron más tarde nuevos efectos de no equilibrio [31, 32], que tienen que ver con la acción combinada de todos los términos (no sólo $\mathbf{F}^{est}$) en una descripción coarse-grained. El cálculo del orden resultante en la red en movimiento es complicado. Al fallar la teoría de perturbaciones es necesario recurrir a técnicas de teoría de réplicas y renormalización (dinámica) que van más alla de esta tesis (y de mí, aunque no me falta interés por aprenderlas). Bosquejaré por lo tanto los principales resultados.

Para analizar la estructura a gran escala de la red en movimiento es necesario empezar por una descripción *coarse grained*. En esta descripción la red podría ser descripta por ejemplo por un campo de densidad de vórtices $\rho(\mathbf{r})$, donde $\mathbf{r} \equiv (\mathbf{r}, \mathbf{z})$ ($\mathbf{x}$ designa las coordenadas transversales del vórtice (o variedad) sobre las cuales puede desplazarse y $\mathbf{z}$ lo parametriza). En general, podemos descomponer $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ de la siguiente manera [31],

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0 + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{Q}} \rho_{\mathbf{Q}}(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}.[\mathbf{x}+\mathbf{v}t]} \tag{2.20}$$

donde $\mathbf{Q}$ es el conjunto de vectores de la red recíproca de la red ordenada. Una cantidad de inmediato interés sería por ejemplo la función de autocorrelación del *parámetro de orden* $\rho_{\mathbf{Q}}$, $C_{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}, t) = [\langle \rho_{\mathbf{Q}}(\mathbf{r}, t)\rho^*_{\mathbf{Q}}(\mathbf{0}, 0)\rangle]$. Uno podría entonces intentar construir una teoría del tipo de Landau o funcional densidad para el parámetro de orden $\rho_{\mathbf{Q}}$. Esta descripción sería muy completa, ya que permitiría fluctuaciones del módulo del parámetro de orden que describirían naturalmente a las dislocaciones. Lamentablemente el problema se hace desde este punto de vista intratable. Es interesante hacer una analogía con las ecuaciones de Ginzburg-Landau para el parámetro de orden superconductor. Como estas ecuaciones son díficiles de resolver

se recurre a la conveniente aproximación de London (ver sección 1.2) donde se desprecian las fluctuaciones del módulo del parámetro de orden. Aquí la situación es similar, y se recurre a el misma tipo de aproximación. Al despreciar las fluctuaciones de $|\rho|$ lo que resulta una *descripción elástica de la red de vórtices*. La gran desventaja es que las dislocaciones quedan afuera de la descripción. Sin embargo éstas se podrían reintroducir a mano más tarde para completar la descripción, como fue hecho para estudiar sistemas en equilibrio. Un ejemplo es la transición bidimensional de fusión de Kosterlitz-Thouless (o análogamente, como se introducen los vórtices en la aproximación de London). En la aproximación elástica, como en la aproximación de London, el parámetro de orden se reduce a su "fase". En el caso de $\rho_{\mathbf{Q}}$ la fase representa el campo de desplazamientos $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$. Una descripción *coarse grained* a gran escala de $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ implica una derivación cuidadosa de sus ecuaciones de movimiento (hidrodinámica), ya que modos con longitud de onda chica son importantes cuando la longitud de correlación del potencial de anclaje es mucho menor que el parámetro de red. Esta derivación fue hecha recientemente, y casi simultáneamente, por Le Doussal y Giamarchi [30], Balents, Marchetti y Radzihovsky [31], y Scheidl y Vinokur [32]. Aunque se hace en estos trabajos un importante avance en el entendimiento de los efectos de no-equilibrio y vidriosos, los resultados no concuerdan del todo y dan lugar a una controversia que discutiremos al final de la sección. Sin entrar en los detalles técnicos describiremos brevemente los resultados físicos que ellos obtienen.

Le Doussal y Giamarchi llegan a la conclusión de que la física de la red en movimiento está dominada por las fluctuaciones de los desplazamientos en la dirección *transversal* a la velocidad y que la fase de alta velocidad es un *vidrio en movimiento* anisotrópico y no un cristal en movimiento. Para entender estas afirmaciones escribamos la ecuación *coarse grained* de $\mathbf{u}$ [30],

$$\eta\partial_t u_\alpha(\mathbf{r},t) + \eta\mathbf{v}.\nabla u_\alpha(\mathbf{r},t) = \int_{\mathbf{r}'} \Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')u_\beta(\mathbf{r},t) + F^{des}_\alpha(\mathbf{r},t) - \eta v_\alpha + \zeta_\alpha \quad (2.21)$$

donde Φ es la matriz elástica. El término de convección viene de la representación de Euler cuando se expresa el campo de desplazamiento en el sistema de referencia de laboratorio. Notar que este término *no* es el gradiente de un potencial, como consecuencia del hecho de que el sistema está fuera del equilibrio con energía constantemente inyectada y disipada cuando el sistema se mueve. La fuerza de anclaje está dada por,

$$F^{des}(\mathbf{r},t) = -\frac{\delta H_{des}}{\delta u_\alpha(\mathbf{r},t)} = V(\mathbf{r})\rho_0 \sum_{Q_y} iQ_\alpha \exp[i\mathbf{Q}.(\mathbf{r}-\mathbf{v}t-\mathbf{u}(\mathbf{r},t))] \quad (2.22)$$

La física descripta por Le Doussal y Giamarchi se vuelve transparente mirando la ecuación 2.22 de la fuerza de anclaje: todos los modos del desorden tales que $\mathbf{Q}.\mathbf{v} = 0$ no tienen una dependencia explícita con el tiempo y por lo tanto su promedio temporal no irá a cero aún a muy altas velocidades. Esta es la razón por la que la teoría de perturbaciones en $1/v$ [25, 24, 29] falla. Hay entonces,

como veníamos adelantando, una componente del desorden *estática* en la dirección transversal al movimiento de la red,

$$F^{est}(\mathbf{r},t) = V(\mathbf{r})\rho_0 \sum_{\mathbf{Q}.\mathbf{v}=0} iQ_\alpha \exp[i\mathbf{Q}.(\mathbf{r}-\mathbf{u}(\mathbf{r},t))] \tag{2.23}$$

Como esta fuerza es perpendicular a la velocidad, no tiene efecto sobre la corrección a la velocidad $\delta v = v - F/\eta$, para la cual la expansión perturbativa es válida. Sin embargo esta fuerza tiene un efecto drámatico sobre las funciones de correlación de los desplazamientos. El elemento crucial que determina esta fuerza es la *periodicidad transversal*.

Una de las propiedades más interesantes de F^{est} (ec. 2.23), es la de anclar a los desplazamientos u_y, transversales a la velocidad $\mathbf{v} = \mathbf{x}v$. El flujo resultante puede ser descripto entonces en términos de **canales estáticos** que siguen las vórtices como si fueran cuentas en un collar (o autos en un camino sinuoso de una sola mano). En el sistema de referencia de laboratorio estos canales están determinados por el desorden estático y no fluctúan en el tiempo. Desde el sistema de referencia de centro de masa veríamos los vórtices fluctuando transversalmente, debido a que están confinados a los canales que en este sistema de referencia se ven en movimiento. Esta fluctuación del movimiento de vórtices sobre los canales está muy correlacionada en espacio y tiempo, dando por tanto una imagen radicalmente diferente de la de la temperatura de "shaking" [29], basada en la suposición de un movimiento con fluctuaciones incoherentes de tipo térmico.

Los canales son los caminos más fáciles seguidos por los vórtices, y se puede ver que el costo de deformar un canal en la dirección transversal es que la disipación aumenta. Los canales están determinados por una competencia complicada entre energía elástica, desorden, y *disipación*. Como consecuencia los canales son rugosos. Es muy ilustrativo comparar las trayectorias de vórtices en un superconductor sin desorden y con desorden. En la figura 2.9 se muestra los que pasa cuando no hay desorden. Para $F = 0$ y $T = 0$ tenemos un cristal de vórtices, fig. 2.9(a). Si ponemos $F > 0$ la red se empezará a mover en la dirección de la fuerza y las trayectorias de los vórtices serán líneas rectas, 2.9(b). Si ahora agregamos fluctuaciones térmicas estas trayectorias se desdibujan. En tres dimensiones, a temperaturas más bajas que la de fusión de la red de vórtices las trayectorias se ensanchan un poco, 2.9(c). En dos dimensiones, como las fluctuaciones térmicas son más fuertes las trayectorias se desdibujan por completo, 2.9(d). Cuando hay desorden en cambio, los vórtices se mueven en canales rugosos acoplados elásticamente, fig. 2.10(a). Le Doussal y Giamarchi predicen que en $d = 3$ el sistema forma una estructura topológicamente ordenada, a la que llamaron *vidrio de Bragg en movimiento*, fig. 2.10(b). Para $d = 2$ ó desorden fuerte en $d = 3$ predicen que las partículas en diferentes canales se pueden desacoplar y aparecen dislocaciones con vectores de Burgers paralelos a F. Este último es el *vidrio transversal en movimiento*.

Una propiedad importante predicha en [30] relacionada a la existencia de canales estables es la existencia de "barreras transversales". A $T = 0$ estas barreras dan lugar a una fuerza crítica transversal F_c^y, tal que la velocidad transversal $v^y = 0$ para $F^y < F_c^y$, mientras el sistema se mueve a gran velocidad en la dirección

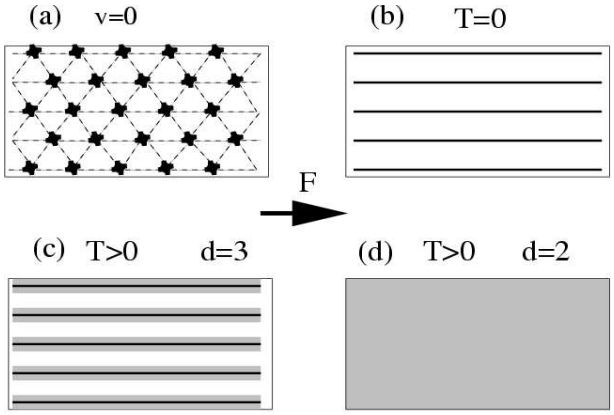


Figura 2.9: Red de vórtices en movimiento sin desorden. (a) Imagen de la red de vórtices quieta. (b) Trayectorias rectas de los vórtices a $T = 0$ cuando se agrega una fuerza F. (c) Las trayectorias rectas del caso anterior se ensanchan un poco cuando $T > 0$ (pero baja) y $d = 3$. (d) Las trayectorias se desdibujan totalmente para $T > 0$ y $d = 2$, ya que las fluctuaciones térmicas son más fuertes que en $d = 3$.

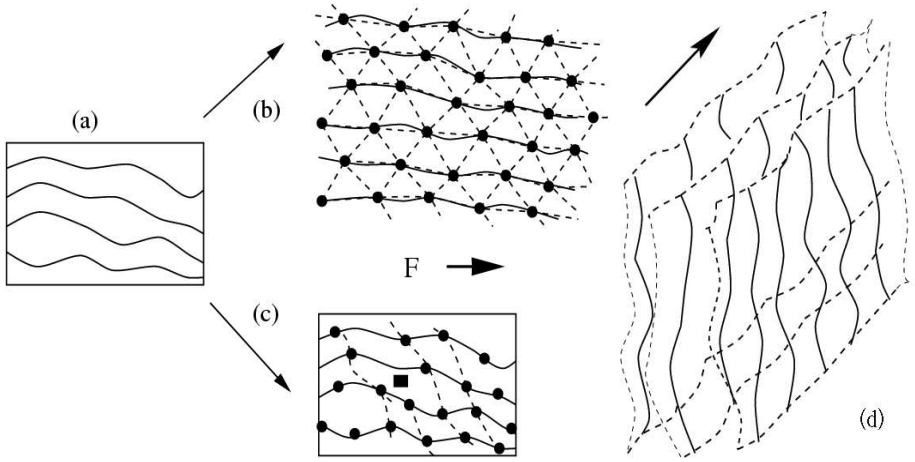


Figura 2.10: Red de vórtices en movimiento con desorden. (a) El movimiento de vórtices ocurre e través de canales rugosos estáticos, acoplados elásticamente en la dirección transversal y. Dependiendo de la dimensión, velocidad e intensidad del desorden dos casos pueden ocurrir: (b) Flujo elástico donde las posiciones de los vórtices están acopladas elásticamente entre canales ($d = 3$, desorden débil o velocidades grandes). Este régimen donde la red es topológicamente ordenada es el *moving Bragg glass*. (c) En $d = 2$ o desorden fuerte en $d = 3$ las posiciones de los vórtices de diferentes canales se pueden desacoplar dando lugar a dislocaciones con vectores de Burgers alineados con la dirección x (dislocación indicada con el cuadrado negro). Este régimen con orden esméctico es el *moving transverse glass*. (d) Imagen esquemática en $d = 3$ del *moving Bragg glass*.

longitudinal x. La fuerza crítica transversal es un efecto muy curioso. No existe para una sola partícula a $T = 0$ moviéndose en un potencial desordenado con correlaciones de corto alcance. Sin embargo si existe para esta misma partícula una fuerza crítica longitudinal. Una fuerza crítica transversal tampoco existe para una sola línea de vórtice. Si existe, sin embargo para una partícula o vórtice moviéndose en un potencial suficientemente correlacionado en la dirección de movimiento, como sucede por ejemplo con los vórtices en redes de junturas Josephson [55]. Podemos por lo tanto interpretar la existencia de F_c^y como una ruptura espontánea de la simetría de rotación. Este efecto, puramente dinámico, también puede dar lugar a un interesante comportamiento histerético [30] haciendo diferente el movimiento en régimen con $\mathbf{F} = F_x\mathbf{x} + F_y\mathbf{y}$ según en que orden se apliquen F_x y F_y [30]. Está claro que ninguna de las propiedades mencionadas aquí pueden existir en un cristal en movimiento con una temperatura de shaking [29].

Le Doussal y Giamarchi analizaron (a *posteriori*) la estabilidad topológica del vidrio de Bragg en movimiento (ver fig.2.10(b)) y llegaron a la conclusión (discutida, ver más adelante) que si el desorden es suficientemente débil, en $d = 3$, no aparecen dislocaciones. En $d = 2$, o en $d = 3$ a desorden fuerte o a velocidades intermedias el vidrio de Bragg se puede hacer inestable dando lugar al vidrio transversal en movimiento. Estas dos estructuras pueden ser claramente diferenciadas por su orden traslacional, como mostramos en la figura 2.11. El vidrio de Bragg en movimiento presenta orden translacional de cuasi largo alcance (ver fig. 2.11(izquierda)), mientras que el vidrio transversal en movimiento presenta orden de cuasi largo alcance en la dirección transversal y orden de corto alcance en la dirección longitudinal (ver fig. 2.11(derecha)). Disminuyendo más la velocidad, o aumentando el desorden es plausible, aunque no fue analíticamente descripto, que la periodicidad del vidrio transversal en movimiento se pierda debido a la aparición de dislocaciones con vectores de Burgers no orientados en la dirección del flujo, dando lugar a un flujo plástico con la estructura de un líquido en movimiento (quedando sólo el pico de Bragg central en fig. 2.11(izquierda), y los demás picos se vuelven de corto alcance, o "grises" en la figura.).

En las figuras 2.12, 2.13, 2.14 mostramos los diagramas de fase dinámicos propuestos por Le Doussal y Giamarchi en dos y tres dimensiones. En la figura 2.12(izquierda) se muestra esquemáticamente el diagrama desorden-temperatura-fuerza $\Delta - T - F$ en tres dimensiones. Esta es una respuesta directa para la pregunta planteada en la figura 2.2 en la sección de discusión general 2.1.

Como podemos ver, recuperamos el diagrama de fases estático de la figura 2.1 para $F = 0$. A $T = 0$ es posible que el vidrio de Bragg estático se desancle sin romperse, hacia el *moving Bragg glass*, como mostramos en la figura 2.12(derecha) (consistente con la interpretación de la figura experimental 2.5(derecha)). A $T = 0$ y $F < F_c$ el *Bragg glass* se convierte en un "Amorphous glass", una fase topológicamente desordenada de la que se conoce muy poco (versón de $T = 0$ del vortex glass). La transición de desanclaje de esta fase es plástica. Incrementando la velocidad el flujo plástico puede reordenarse dinámicamente en la dirección transversal, pudiendo transicionar a un *moving transverse glass*. Es posible también que el mismo *moving transverse glass* transicione al *moving Bragg glass* a altas velocidades, con los canales elásticos acoplados longitudinalmente. En la figura 2.13(izquierda) ve-

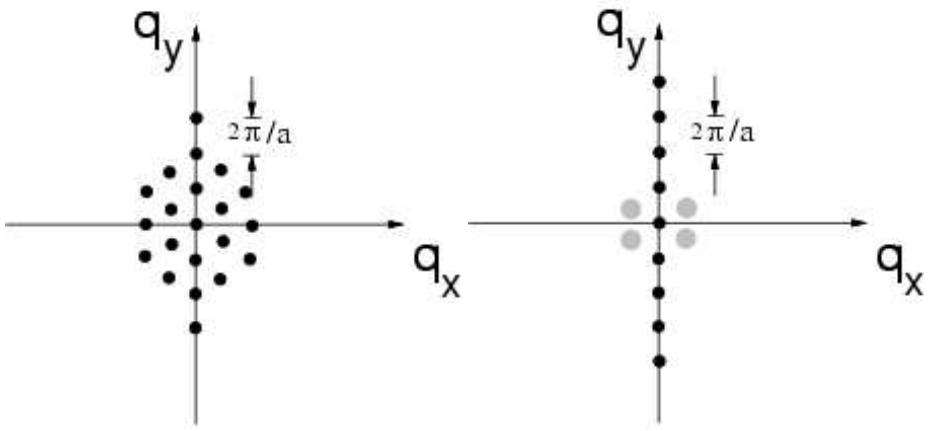


Figura 2.11: Izquierda: Factor de estructura del *moving Bragg glass*. Muestra picos de Bragg de una red triangular con orden de cuasi-largo alcance. Derecha: Factor de estructura del *moving transverse glass*. Muestra picos de Bragg en la dirección transversal al movimiento, donde tiene orden de cuasi-largo alcance. En la dirección longitudinal hay picos no divergentes (grises), que corresponden a orden traslacional de corto alcance.

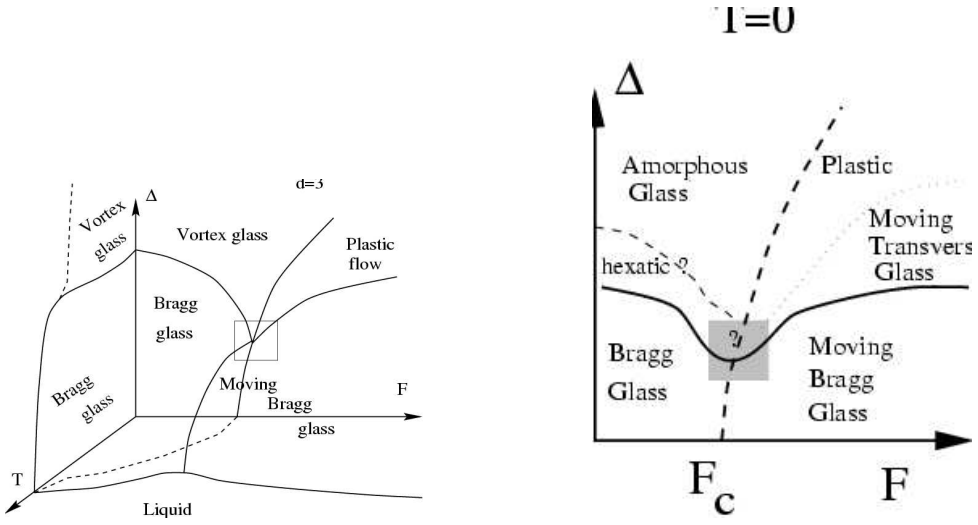


Figura 2.12: Diagrama de phase dinámico propuestos por Le Doussal y Giamarchi para $d = 3$ [30]. Izquierda: diagrama esquemático en temperatura T, desorden Δ, y fuerza aplicada F. Para desorden débil y temperaturas bajas es posible que el *moving Bragg glass* sea estable a todas las fuerzas. Para desorden fuerte el *moving Bragg glass* sólo es posible a fuerzas altas. A fuerzas intermedias hay flujo plástico (no se muestra el Moving Tranverse glass por claridad). Las líneas de transición son esquemt́icas y el plano inferior corresponde a un Δ chico pero distinto de cero. Derecha: corte esquemático desorden-fuerza a $T = 0$.

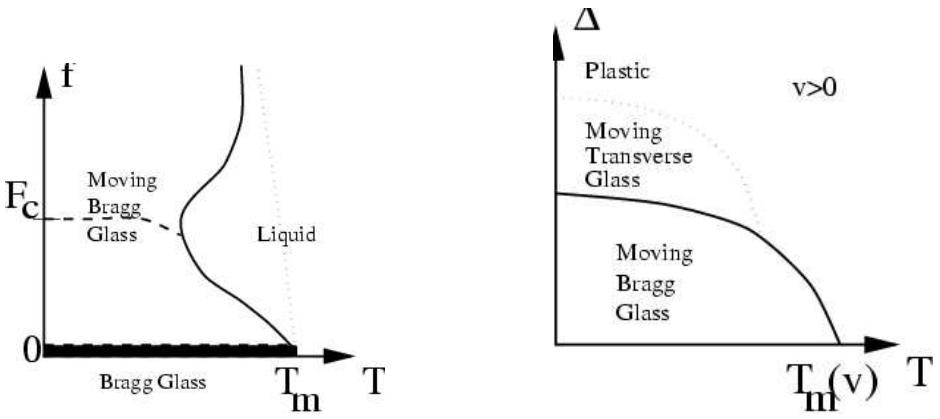


Figura 2.13: Diagrama de phase dinámicos propuestos por Le Doussal y Giamarchi para $d = 3$[30]. Izquierda: corte desorden-temperatura a una velocidad por encima del régimen de activación térmica. Este diagrama es una versión dinámica del estático, fig. 2.1(b). El *moving Bragg glass* se puede fundir a T_m (transición de primer orden) o bien sus canales elásticos se pueden desacoplar incrementando Δ para dar lugar al *moving transverse glass*. Derecha: corte fuerza-temperatura para desorden débil. El *moving Bragg glass* es estable a temperaturas bajas a fuerzas altas y se conecta continuamente bajando F con el *Bragg glass* estático, pasando por el régimen de activación térmica para $F < F_c$.

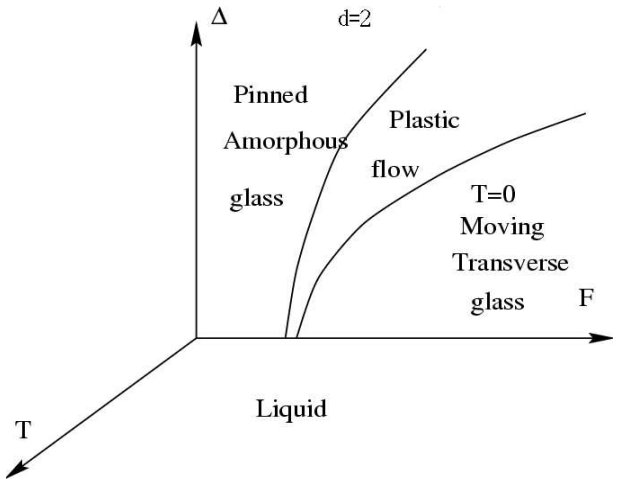


Figura 2.14: Diagrama de phase dinámicos esquemático propuesto por Le Doussal y Giamarchi para $d = 2$[30]. No hay estructuras topológicamente ordenadas. A $T = 0$ un vidrio amorfo se desancla con flujo plástico e incrementando la fuerza hay un reordenamiento dinámico transversal que da lugar al *moving transverse glass*. Incrementando la temperatura se espera un crossover muy largo (no mostrado) hacia un líquido en movimiento. Este diagrama de fases es sólo cualitativo y no ha sido justificado analíticamente aún.

mos que si el desorden es débil el *Bragg glass* a $T > 0$ puede conectarse continuamente con el *moving Bragg glass*, pasando por un régimen de *creep* a fuerzas chicas $F < F_c$. Es interesante notar la reentrancia de la línea de fusión dinámica cerca de F_c, que indica fuertes tensiones en el sistema en el *crossover* del régimen de *creep* al de flujo (ver 2.3). Para una velocidad finita podemos tener tres fases dinámicas dependiendo de la intensidad del desorden, ver fig. 2.13(derecha). El *moving Bragg glass* se puede fundir por fluctuaciones térmicas a un líquido en movimiento, o bien por desorden a un *moving transverse glass* si es lo suficientemente intenso como para desacoplar los canales elásticos y hacer aparecer dislocaciones con vectores de Burgers paralelos al flujo. Si aumentamos la temperatura podemos fundir el *moving transverse glass* a un líquido e incrementando más el desorden obtenemos flujo plástico, indistinguible en la estructura a gran escala de un líquido en movimiento. En $d = 2$ el diagrama de fases estático no está aún resuelto, y menos aún el dinámico. Si suponemos que no hay una fase estática topológicamente ordenada en $d = 2$ podemos esperar que la mayoría de las transiciones sean simples *crossovers* a $T > 0$ y por tanto que la fase estática esté conectada continuamente a un líquido. A $T = 0$ habrán sin embargo transiciones en función de la fuerza, ver fig. 2.14 que podrían ser observadas como fuertes crossovers a T finita. El vidrio amorfo estático se desancla con flujo plástico. Aumentando la fuerza este flujo plástico se ordena dinámicamente en canales elásticos pudiendo dar lugar al *moving transverse glass*.

Balents, Marchetti y Radzihovsky cuestionaron la existencia del *moving Bragg glass* de Giamarchi y Le Doussal en $d = 3$. Según sus cálculos [31] los desplazamientos en la dirección longitudinal dominan a gran escala sobre los transversales y son suficientes para desestabilizar al *moving Bragg glass* ante la proliferación de dislocaciones con vectores de Burgers paralelos a $\mathbf{v}$. Debido a la presencia de estas dislocaciones los canales se desacoplan dinámicamente. A pesar de ésto una estructura de canales estáticos persiste. Llamaron a la fase resultante, con orden de cuasi largo alcance en la dirección transversal y de corto alcance en la dirección longitudinal, "*moving smectic*". La cuestión de si existe o no el *moving Bragg glass* es sin embargo aún controversial, ya que algunos experimentos en superconductores muestran evidencia de ambas fases dinámicas dependiendo del campo magnético (ver 2.7).

En la figura 2.15 mostramos esquemáticamente al *moving smectic* para líneas en tres dimensiones. Aunque desde el punto de vista estructural esta fase es totalmente equivalente al *moving transverse glass* predicho en ref. [30] (mismo factor de estructura que el mostrado en la figura 2.11(derecha)) en un principio se le dió un nombre diferente debido a algunas aparentes diferencias. Balents, Marchetti y Radzihovsky [31] usaron un modelo menos simplificado (aunque también efectivo) para el *moving smectic* que el que usaron Le Doussal y Giamarchi para describir al *moving transverse glass* [30]. En su modelo las ecuaciones hidrodinámicas que describen al *moving smectic* tienen como variable a la *densidad* además de a los desplazamientos transversales. Esto da lugar a un *modo de permeabilidad* que permite a los vórtices saltar transversalmente entre los canales estáticos, espontáneamente, como se ve en la figura 2.15 para $d = 3$. Estos saltos no aparecen en la descripción de Le Doussal y Giamarchi, en donde las únicas variables son los desplazamientos

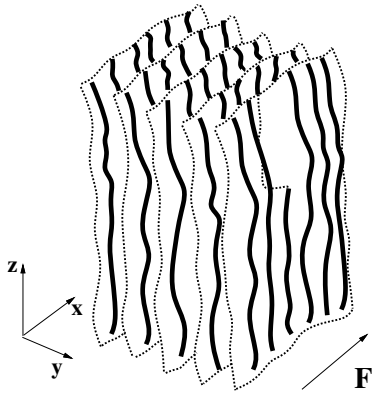


Figura 2.15: Ilustración esquemática del régimen de flujo esméctico de líneas de vórtice en $d = 3$. Los canales son hojas por donde las líneas se mueven preferencialmente. Los saltos entre canales son permitidos por modos de permeabilidad.

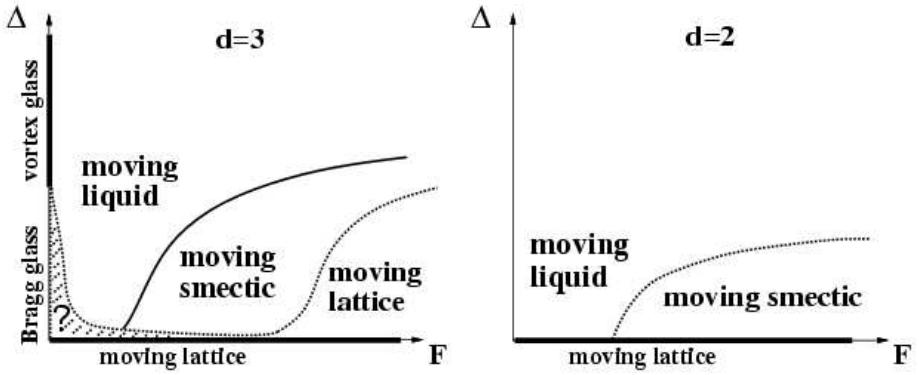


Figura 2.16: Diagramas de phase dinámicos esquemáticos desorden-fuerza propuestos por Balents, Marchetti y Radzihovsky para $d = 2$ y $d = 3$ a temperatura finita [31]. (a) En $d = 2$ la línea punteada indica que el el régimen esméctico puede ser inestable y asintóticamente indistinguible de un líquido en movimiento. En (b) la línea punteada indica que una red elástica en movimiento es inestable ante la proliferación de dislocaciones con vectores de Burgers paralelos al flujo y por lo tanto asintóticamente un régimen esméctico. La región con el signo de pregunta indica la posibilidad de un vidrio de Bragg a bajas velocidades.

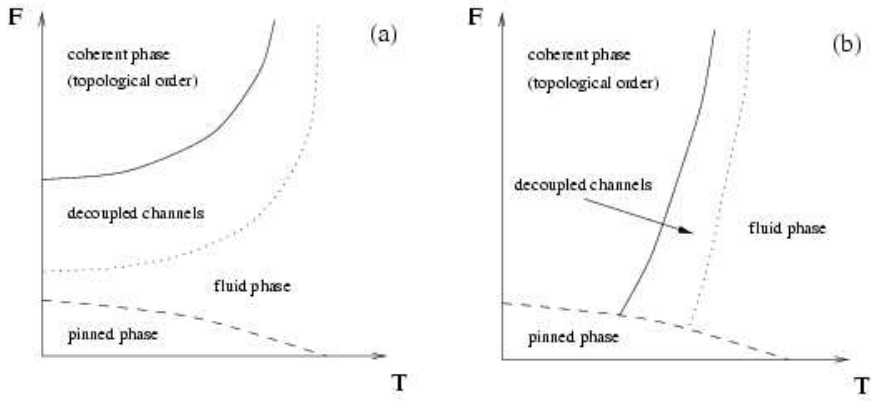


Figura 2.17: Diagramas de phase dinámicos esquemáticos fuerza-temperatura propuestos por Scheidl y Vinokur [32].(a) Cuando el desorden es fuerte la fase anclada se desancla con flujo plástico. Aumentando la fuerza este flujo plástico se ordena en canales de flujo desacoplados. Los canales luego se acoplan en la dirección de movimiento dando lugar a una fase coherente, con orden topológico. (b) Cuando el desorden es débil la fase anclada puede desanclarse directamente en una fase coherente topológicamente ordenada, si la temperatura es suficientemente baja. A temperaturas más altas tenemos el comportamiento de (a).

transversales. Sin embargo, teniendo o no en cuenta el modo de permeabilidad, se encuentra una respuesta transversal óhmica a $T > 0$ [30, 31]. De ahí que en el reporte más reciente de Nattermann y Scheidl no hagan una distinción entre el *moving transverse glass* y el *moving smectic* [35] (discutiremos esta cuestión en los capítulos 3 y 6).

En la figura 2.16 se muestran los diagramas de fase dinámicos desorden-fuerza propuestos por Balents, Marchetti y Radzihovsky [31]. Ellos consideraron sólo el caso $T > 0$. En la figura 2.16(izquierda) mostramos el diagrama de fases dinámico para líneas de vórtice en $d = 3$. Para $F = 0$ recuperamos el diagrama de fase estático con el *Bragg glass* para desorden débil y el vortex glass para desorden fuerte. La únicas fases estables a $F > 0$ en $d = 3$ son el *moving liquid* y el *moving smectic*. A bajas velocidades se espera un *moving liquid*, sin orden traslacional. Incrementando la fuerza esta fase transiciona a el *moving smectic*. El *moving smectic* puede tener un crossover a un *moving Bragg glass*. Dejan abierta la posibilidad de que este *moving Bragg glass* se extienda incluso hasta la zona de bajas velocidades, cercana al desanclaje. De esta forma contemplan la posibilidad de un desanclaje elástico, como el sugerido en ref. [27], fig.2.5. En la figura 2.16(derecha) mostramos el diagrama de fases dinámico para vórtices puntuales en $d = 2$. La única fase estable en $d = 2$ es el líquido en movimiento, pero un crossover a un *moving smectic* es posible a fuerzas altas y desorden débil.

Scheidl y Vinokur analizaron también el problema de la descripción de la red de vórtices en movimiento a gran escala. Los diagramas de fase dinámicos que ellos proponen para desorden fuerte y débil se muestran en la figuras 2.17(a-b) respectivamente. Tanto si el desorden es fuerte o débil esperan una fase topológicamente

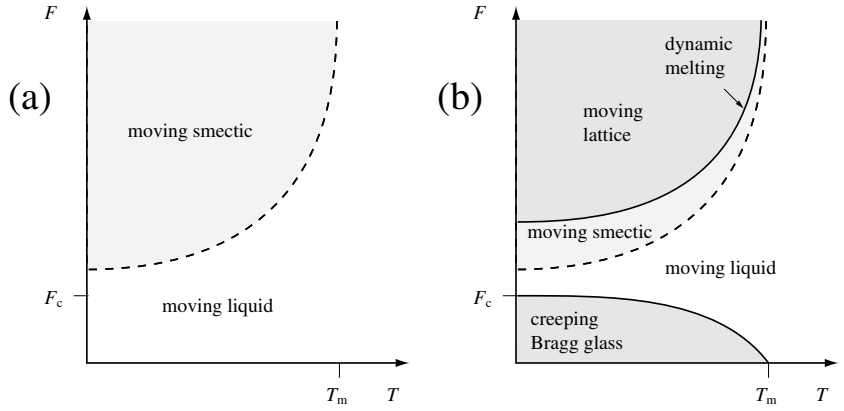


Figura 2.18: Diagramas de phase dinámicos esquemáticos fuerza-temperatura propuestos por Natterman y Scheidl [35]. (a) En $d = 2$ el régimen estable es el líquido en movimiento. Aumentando la fuerza es posible un crossover a un régimen de flujo esméctico con orden traslacional de corto alcance, y por tanto asintóticamente indistinguible de un líquido en movimiento. (b) En $d = 3$ a fuerzas altas hay una fase elástica coherente. Bajando la fuerza esta fase se funde dinámicamente en un régimen de flujo esméctico con orden traslacional transversal de corto alcance. Por debajo de la fuerza crítica se el líquido en movimiento se transforma en un *Bragg glass* con movimiento térmicamente activado.

ordenada en movimiento a altas velocidades. Cuando la velocidad decrece y el desorden es fuerte las fluctuaciones causan una producción *masiva* de defectos topológicos y una transición de fase dinámica se espera entre el régimen de flujo coherente al régimen de flujo incoherente, fig. 2.17(a). Esta línea de transición está asociada a la fusión dinámica descripta en [29] por primera vez. En este trabajo la naturaleza de la fase con flujo plástico queda abierta, pudiendo ser un *moving smectic* o directamente un *moving liquid*, pero proponen un posible crossover entre estas fases debido a la anisotropía del domino de Larkin. Bajando más la fuerza el fluído en movimiento cae en la fase "anclada" donde el sistema se mueve de a saltos térmicamente activados (*creep*). Para desorden débil 2.17(b) es posible que a bajas temperaturas el régimen de flujo coherente se extienda hasta el régimen anclado, sin pasar por el régimen esméctico o fluído.

A diferencia del trabajo de Balents, Marchetti y Radzihovsky en este trabajo prevalece la idea de la fusión dinámica de la red de vórtices propuesta por primera vez en [29], entre un régimen de flujo elástico (pero ya no un cristal) a uno plástico. En este sentido es consistente con el trabajo de le Doussal y Giamarchi [30]. Como mostramos en la sección 2.3 hay evidencia experimental de una transición de fusión dinámica, aunque no quede muy en claro su naturaleza [27, 41]. Por otro lado en la sección 2.4 mostramos evidencia experimental de la estructura esméctica en movimiento y la del *moving Bragg glass* [52, 53]. Por otro lado evidencia numérica de la transición de fusión dinámica fue encontrada en $d = 2$ por Koshelev y Vinokur [29], Ryu *et al.* [42], Faleski *et al.* [56] y por Domínguez *et al.* en $d = 3$ [45].

En $d = 2$ la transición de fusión dinámica puede mostrarse sólo como un crossover, el cual sin embargo puede ser muy marcado para desorden débil y sistemas pequeños. Spencer y Jensen [57] mostraron evidencia numérica de la ausen-

cia de orden topológico en $d = 2$ aún a muy altas velocidades. Esta inestabilidad fue demostrada analíticamente por Aranson *et al.* [58] quienes analizaron explícitamente la dinámica de dislocaciones y sus interacciones sobre la red en movimiento. Mostraron que la interacción entre dislocaciones está apantallada en una escala de longitud finita que, sin embargo, crece exponencialmente con la velocidad. De aquí concluyeron que los pares dislocación-anti dislocación se desacoplarían con fluctuaciones térmicas y aún más debido a las componentes fluctuantes de la fuerza de anclaje. En base a estos estudios Natterman y Scheidl proponen en ref.[35] los diagramas de fase dinámicos de la figura 2.18 para $d = 2$ y $d = 3$. El diagrama para $d = 2$, fig. 2.18(a), es idéntico al diagrama de fig. 2.16(derecha), teniendo al *moving liquid* como fase estable con un posible crossover a un *moving smectic* a altas velocidades. El diagrama para $d = 3$ no muestra la posibilidad de un desanclaje elástico del *Bragg glass*, pero presenta una transición de fusión dinámica a altas velocidades de un régimen de flujo esméctico a uno de flujo elástico coherente.

En conclusión, aunque desde los trabajos pioneros de Bhattacharya y Higgings [27] y de Koshelev y Vinokur [29] hubo un gran avance en el entendimiento de las dinámica colectiva de la red de vórtices, no se ha llegado aún a un acuerdo sobre la naturaleza de las fases dinámicas y sus transiciones. Esto se puede apreciar comparando los distintos diagramas de fase dinámico propuestos. En relación directa a la interpretación de los experimentos es necesario entender además muchas otras cuestiones como efectos de metaestabilidad e historia, dinámica no estacionaria de relajación (ver 7), efectos de borde o de nucleación, etc.

Capítulo 3

Congelamiento transversal en redes de vórtices impulsadas

Estudiamos redes de vórtices impulsadas en films superconductores delgados. Por encima de la corriente crítica F_c encontramos dos transiciones de fase dinámicas en F_p y F_t, las cuales podrían ser observadas mediante mediciones simultáneas del voltaje longitudinal y del voltaje transversal o Hall. En F_p hay una transición de un régimen de flujo plástico a un régimen de flujo esméctico donde el ruido en el voltaje es isotrópico (ruido Hall = ruido longitudinal), hay un pico en la resistencia diferencial y la difusividad transversal es máxima. En F_t hay una transición brusca a un sólido transversal congelado donde el ruido Hall cae abruptamente y el movimiento de vórtices se localiza en la dirección transversal.

En este capítulo comenzamos el estudio de los regímenes dinámicos estacionarios de no equilibrio de redes de vórtices en superconductores desordenados. Comenzamos analizando el movimiento de vórtices en films superconductores delgados en función de la fuerza externa. Analizamos el orden traslacional y topológico, la difusión, las característica fuerza-velocidad y el ruido en las fluctuaciones temporales del voltaje instantaneo. Particular énfasis es puesto en la caracterización de los distintos regímenes mediante propiedades experimentalemte accesibles, especialmente las de transporte.

3.1 Motivación

El estudio del movimiento colectivo de redes de vórtices en superconductores ha dado lugar a nuevos conceptos en la física estadística de no-equilibrio de sistemas impulsados en medios desordenados [27, 29, 30, 31, 32, 41, 42, 45, 51, 52, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73]. La predicción [29] de una *transición de fase dinámica* incrementanto la fuerza impulsora, de un régimen de flujo plástico de tipo fluído [56, 59, 60, 61, 62, 63, 74] a un sólido coherente en movimiento [29], ha motivado una gran cantidad de trabajos teóricos [30, 31, 32, 58, 64, 65, 66], experimentales [27, 41, 52, 67, 68, 69], y de simulación [42, 45, 57, 70, 71, 72, 73] recientes. La física relevante de las fases de alta velocidad está

controlada por los desplazamientos transversales (en la dirección perpendicular a la fuerza impulsora) [30, 64], dando lugar a una nueva clase de sistemas impulsados caracterizados por *estructuras espaciales anisotrópicas* con periodicidad transversal [30, 31, 32, 58, 64, 65, 66]. Estas estructuras de vórtices anisotrópicas han sido observadas experimentalmente por F. Pardo *et al.* [52] recientemente, y sus distintas características han sido estudiadas en simulaciones en dos dimensiones (2D) [42, 57, 70, 71, 72] y en tres dimensiones (3D) [45, 73]. En este capítulo mostramos que se puede obtener información adicional sobre las fases dinámicas estudiando las *fluctuaciones temporales anisotrópicas*. Encontramos dos transiciones de fase dinámicas que podrían ser observadas experimentalmente mediante mediciones de ruido en el voltaje [75, 76, 77, 78, 79] longitudinal y transversal. En la dirección transversal, dirección en la cual el sistema *no está impulsado*, podemos estudiar la difusión, a partir de la cual definimos una temperatura efectiva en analogía con la física de equilibrio. [29, 32, 58, 65, 66].

3.2 Método

Simulamos un film superconductor delgado usando el modelo descripto en sección 1.3.1. Estudiamos los regímenes dinámicos sobre las características velocidad-fuerza (voltaje-corriente) a $T = 0$, resolviendo Eq.1.35 para valores crecientes de $\mathbf{F} = F\mathbf{y}$. Normalizamos las escalas de longitud por $l_0 = 4\xi$, las escalas de energía por A_v, y el tiempo es normalizado por $\tau = \eta l_0^2/A_v$. Consideramos N_v vórtices y N_p centros de anclaje en una caja rectangular de tamaño $L_x \times L_y$, y la densidad de vórtices normalizada es $n_v = N_v l_0^2/L_x L_y = B l_0^2/\Phi_0$. Consideramos una densidad de vórtices constante $n_v = 0.12$ en una caja con $L_x/L_y = \sqrt{3}/2$, y $N_v = 64, 144, 196, 256, 400, 784$ (mostramos resultados para $N_v = 400$). Tomamos una amplitud de anclaje de $A_p/A_v = 0.2$ con una densidad de centros de anclaje $n_p = 0.24$. Usamos condiciones de contorno periódicas y la interacción de largo alcance periódica es evaluada con una suma exacta de convergencia rápida [51]. Las ecuaciones son integradas con un paso de tiempo de $\Delta t = 0.01\tau$ y los promedios son evaluados en 32768 pasos de integración después de 2000 iteraciones para la equilibración (cuando la energía total alcanza un valor estacionario). Cada simulación es comenzada a $F = 0$ con una red triangular ordenada y la fuerza impulsora es incrementada lentamente en pasos de $\Delta F = 0.05$ hasta valores tan altos como $F = 8$.

3.3 Resultados

3.3.1 Regímenes dinámicos

Comenzamos observando las trayectorias de los vórtices y el orden traslacional y topológico de la red en las fases de estado estacionario, tal como fue hecho en [42, 45, 57, 70, 71, 72, 73]. En la figura 3.1(a-c) mostramos las trayectorias $\{\mathbf{r}_i(t)\}$ de los vórtices para valores típicos de F dibujando las posiciones de los vórtices para todos los pasos de integración. En el estado estacionario estas trayectorias definen los canales estáticos para el flujo de vórtices. También estudiamos el factor de estructura promediado temporalmente, definido como el promedio temporal del

módulo cuadrado de la transformada de Fourier de la densidad instantánea de vórtices,

$$S(\mathbf{k}) = \left\langle \left| \frac{1}{N_v} \sum_i \exp[i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i(t)] \right|^2 \right\rangle, \tag{3.1}$$

el cual se muestra en la figura 3.1(d-f). En la figura 3.2 mostramos teselados [80] de Voronoi típicos para configuraciones instantáneas a distintas fuerzas impulsoras. Los polígonos de Voronoi son las celdas de Wigner-Seitz de cada vórtice y por lo tanto el número de lados de los polígonos es el número de coordinación de cada vórtice. Las disclinaciones corresponden a vórtices con número de coordinación distinto de 6. En la figura 3.3(a) graficamos la velocidad promedio de los vórtices

$$V = \langle V_y(t) \rangle = \left\langle \frac{1}{N_v} \sum_i \frac{dy_i}{dt} \right\rangle, \tag{3.2}$$

en la dirección de la fuerza como función de F y su correrspondiente derivada dV/dF. ($V = E/\rho_f J_0$, donde ρ_f es la resistividad de flux flow y $J_0 = cA_v/d\xi\Phi_0$, entonces dV/dF es proporcional a la resistencia diferencial $dV/dF = \rho_f^{-1} dE/dJ$). Debajo de la fuerza crítica $F_c \approx 0.25$ todos los vórtices están anclados y no hay movimiento, $V = 0$. Por arriba de F_c, podemos distinguir tres regímenes dinámicos diferentes:

(i) **Flujo Plástico**: $F_c < F < F_p$. En F_c los vórtices comienzan a moverse en unos pocos canales filamentarios, como también fue observado en [51]. Una situación típica se muestra en la figura 3.1(a), donde una fracción de los vórtices se mueve en una intrincada red de canales. A medida que la fuerza es incrementada una fracción más grande de vórtices se mueve. En este régimen, los vórtices pueden moverse también en la dirección transversal (perpendicular a $\mathbf{F}$) a travéz de una tortuosa estructura de canales [63]. En la figura 3.1(d) vemos que $S(\mathbf{k})$ tiene sólo un pico central, mostrando la ausencia de ordenamiento espacial en este régimen de flujo plástico [51, 56, 59, 60, 61, 62, 63]. En la figura 3.2(a) vemos además que tampoco hay orden topológico en este régimen. La densidad de dislocaciones alta y la orientación promedio caracterizada por sus vectores de Burgers (ver capítulo 9 de [40]) no indica una dirección privilegiada. Por lo tanto la estructura de la red en el régimen de flujo plástico es similar a la de un líquido en movimiento. Sin embargo, no es equivalente a una transformación de Galileo ($\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$) de un líquido de equilibrio, debido a la presencia de canales de flujo estáticos y de fluctuaciones que no son bien descriptas por un formalismo de equilibrio (ver capítulo 6).

(ii) **Flujo Esméctico**: $F_p < F < F_t$. Observamos un pico en la resistencia diferencial a la fuerza característica $F_p \approx 1.3$. En $F = F_p$ vemos que *todos* los vórtices se mueven en una red de canales aparentemente isotrópica con interconectividad máxima. En otras simulaciones se encontró que el pico en le resistencia diferencial coincidía con el máximo número de dislocaciones [71] y con el comienzo del orden orientacional [42]. El valor de F_p fue también tomado en el experimento de Hellerqvist *et al* [41] como una indicación de una transición de

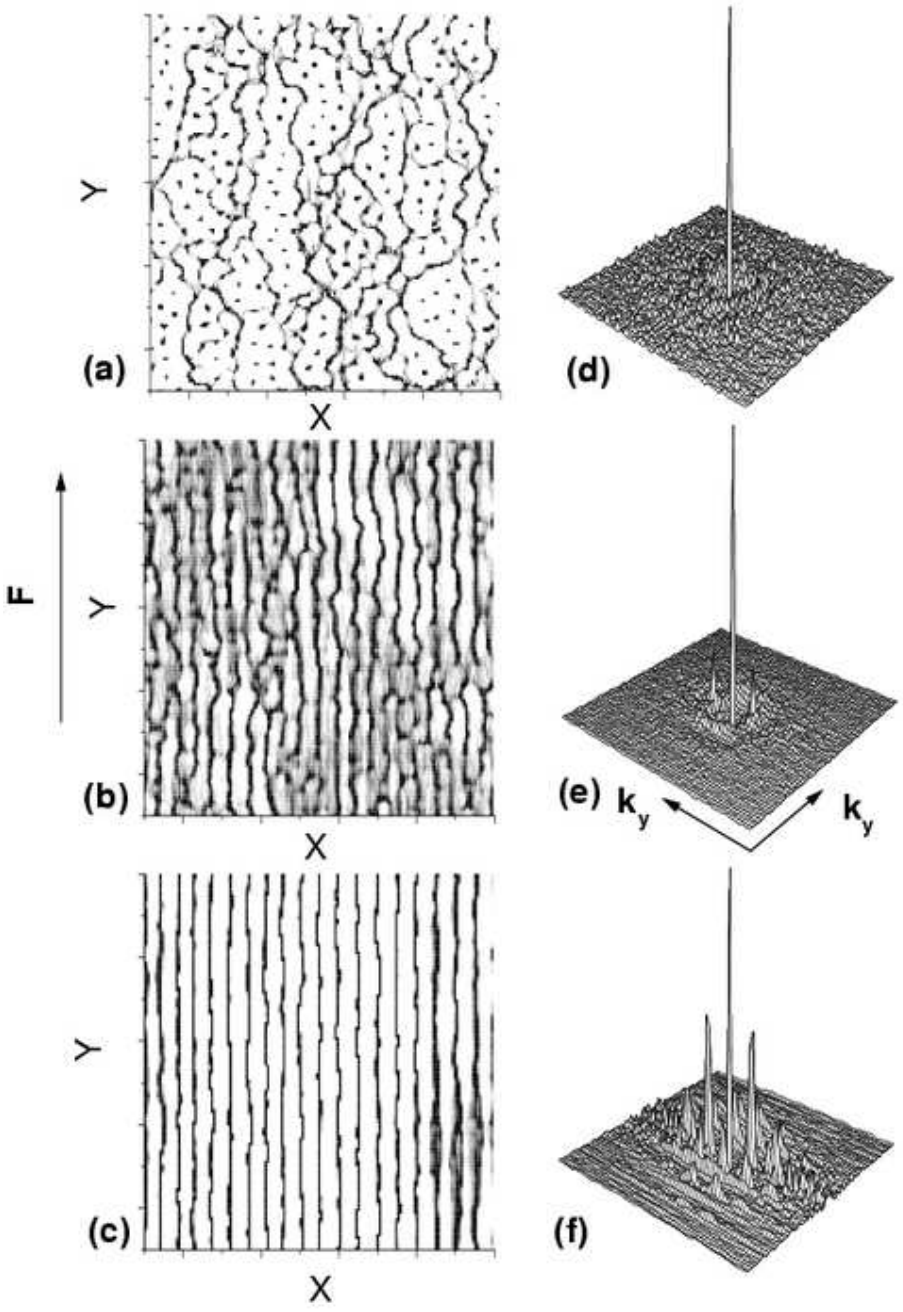


Figura 3.1: Trayectorias de vórtices: (a) $F = 0.5$, (b) $F = 2.5$, (c) $F = 7$. Gráfico de superficie de intensidad del factor de estructura promediado $S(\mathbf{k})$: (d)$F = 0.5$, (e) $F = 2.5$, (f) $F = 7$.

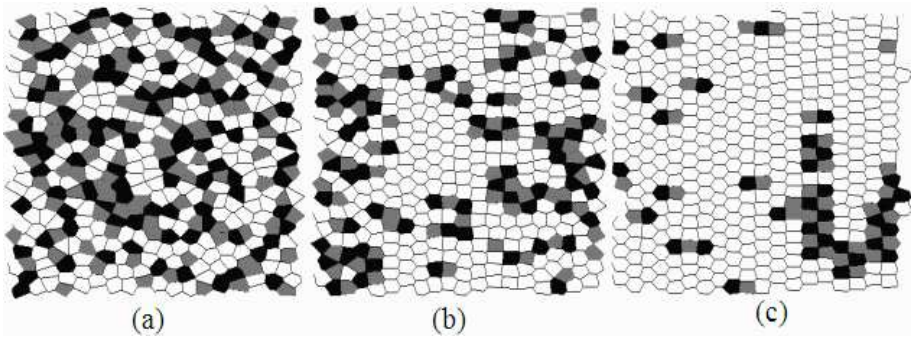


Figura 3.2: Teselados de Voronoi instantáneos típicos: (a) $F = 0.5$, (b) $F = 2.5$, (c) $F = 7$. Los polígonos blancos corresponden a vórtices con número de coordinación 6, los grises a vórtices con número de coordinación menor que 6, y los negros a vórtices con número de coordinación mayor que 6. La fuerza impulsora está aplicada en la dirección vertical.

fase dinámica. De hecho, nosotros encontramos que por arriba de F_p un régimen dinámico nuevo se establece. En este caso, como mostramos en la figura 1(b), todos los vórtices están moviéndose en trayectorias que son casi paralelas a la fuerza, formando "canales elásticos". Dos picos pequeños de Bragg aparecen en el factor de estructura sobre el eje $K_y = 0$, como se ve en la figura 3.1(e), los cuales corresponden a $\mathbf{G}_1 = (\pm 2\pi/a_0, 0)$. Esto es consistente con el comienzo del ordenamiento "esméctico" [31, 70] en la dirección transversal con canales elásticos separados por una distancia $\sim a_0 = n_v^{-1/2}$. En este régimen el movimiento transversal consiste en saltos de vórtices de un canal al otro, análogos a transiciones "térmicamente" activadas inducidas por el caos local. La frecuencia de estas transiciones disminuye aumentando la fuerza, y corresponden a los modos de permeabilidad discutidos en [31]. En la figura 3.3(b) graficamos la magnitud de los picos de Bragg en G_1, $S_s = S(G_1)$, correspondientes al orden esméctico ($K_y = 0$), y los otros picos vecinos en $\mathbf{G}_2 = \pm 2\pi/a_0(1/2, \sqrt{3}/2)$ y $\mathbf{G}_3 = \pm 2\pi/a_0(-1/2, \sqrt{3}/2)$, $S_l = (S(G_2) + S(G_3))/2)$, correspondientes al orden longitudinal ($K_y \neq 0$). Vemos que por arriba de F_p la intensidad del pico esméctico S_s comienza a crecer y $S_s \gg S_l$, mientras que por debajo de F_p la estructura espacial es isotrópica, $S_s \approx S_l \ll 1$. Las alturas de los picos de Bragg dependen del tamaño de sistema como $S(G) \sim N_v^{-\sigma_G}$, donde $\sigma_G = 0$ significa orden de largo-alcance (OLA), $0 < \sigma_G < 1$ significa orden de cuasi-largo-alcance (OCLA) y $\sigma_G = 1$ significa orden de corto-alcance (OCA). En la figura 3.3(c) mostramos los resultados correspondientes al pico esméctico $S_s = S(G_1)$ para tamaños $N_v = 256, 400, 784$. Vemos que $\sigma_G \gtrsim 1$ en este régimen: hay sólo orden esméctico de corto alcance, entonces esta fase corresponde a un líquido. En este sentido la transición en F_p es una transición dinámica en el flujo, como fue hallado en [72] para desorden fuerte ($n_p = 1$). Cuando nos aproximamos a F_t (ver abajo) vemos un precursor de OCLA ($\sigma_g < 1$) pero con fuertes fluctuaciones. En la figura 3.2(b) vemos que la densidad de dislocaciones es menor que en el régimen de flujo plástico, evidenciando el efecto de reordenamiento dinámico predicho en [29] y observado experimentalmente en [52]. Los vectores de Burgers de las dislocaciones ahora apuntan en promedio en la dirección del flujo, consistente con el desarrollo del ordenamiento esméctico.

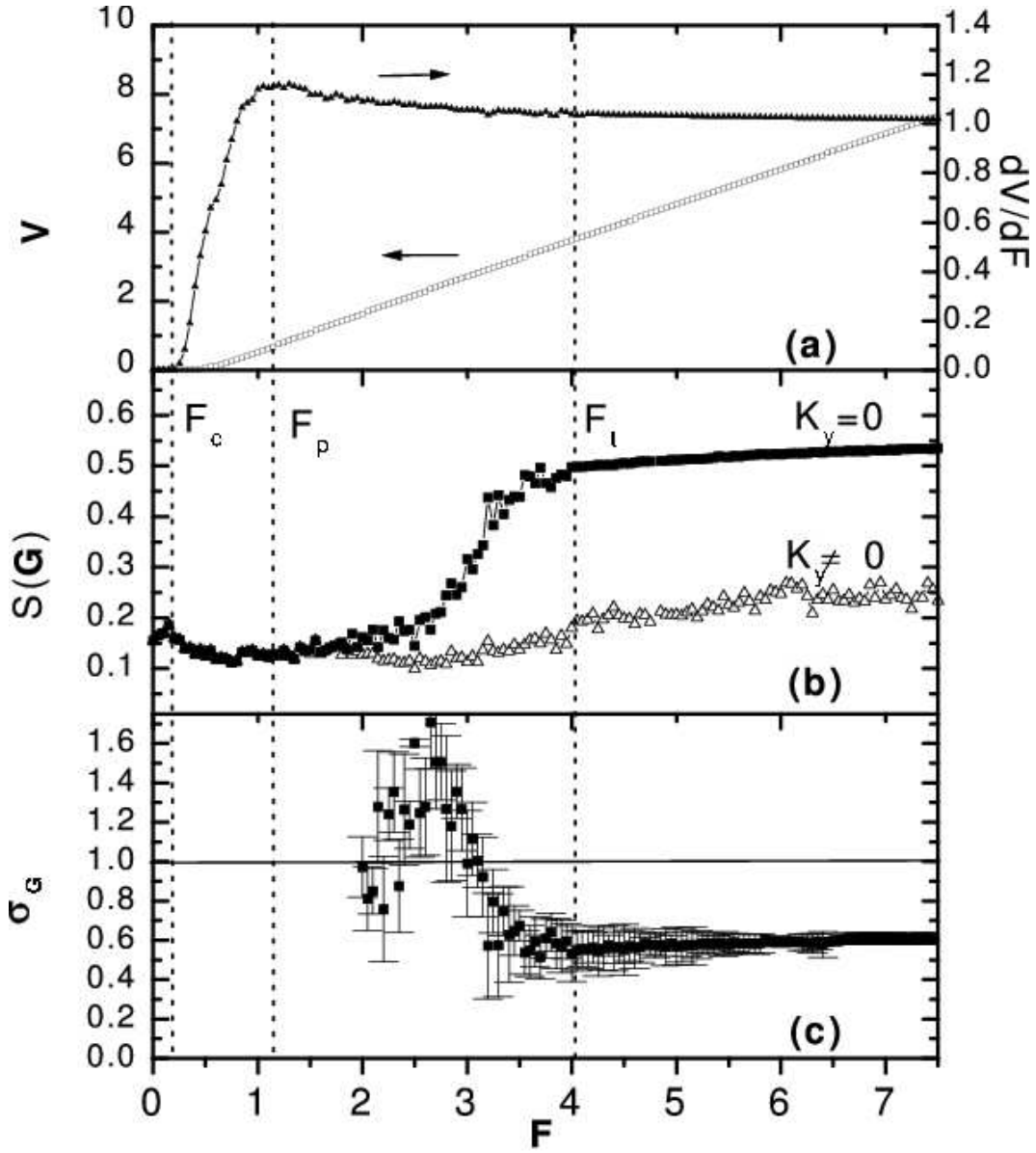


Figura 3.3: (a) Curva velocidad-fuerza (características voltaje-corriente), escala de la izquierda, símbolos blancos. Curva dV/dF (resistancia diferencial), escala de la derecha, símbolos negros. (b) Intensidad de los picos de Bragg. Para ordenamiento esméctico, $S(G_1)$, $K_y = 0$: símbolos negros. Para ordenamiento longitudinal, $S(G_{2,3})$, $K_y \neq 0$: símbolos blancos. (c) Exponente de tamanõ finito σ_G ($S(G_1) \sim N_v^{-\sigma_G}$).

(iii) **Sólido transversal congelado**: $F > F_t$. A una nueva fuerza característica F_t, los saltos entre canales se detienen repentinamente y el movimiento de vórtices se congela en la dirección perpendicular a $\mathbf{F}$. Un ejemplo para $F > F_t$ se muestra en la figura 3.1(c) donde vemos canales elásticos bien definidos paralelos a $\mathbf{F}$. En el correspondiente factor de estructura de la figura 3.1(f), picos nuevos aparecen en $S(\mathbf{k})$ para direcciones con $K_y \neq 0$, con G_2, G_3, mostrando que hay algo de orden longitudinal entre canales. Estos picos extra son más pequeños que los picos esmécticos, y $S(\mathbf{k})$ es muy anisotrópico. Notamos en la figura 3.3(a) que F_t es el punto donde cesa el comportamiento ruidoso en dV/dF. Un criterio similar fue usado por Bhattacharya y Higgins para definir su diagrama de fase dinámico [27, 67, 68]. En la figura 3.3(b) vemos que en F_t hay un incremento en el orden longitudinal S_l, y tanto S_s como S_l tienden a saturar a un valor casi constante para $F \gg F_t$. En la figura 3.3(c) encontramos que hay orden esméctico OCLA [64, 30, 31, 70] con un valor de $0.5 < \sigma_G < 0.7$. Sin embargo, no fuimos capaces de obtener un análisis de tamaño finito confiable para los picos longitudinales ya que éstos presentaban grandes fluctuaciones de un tamaño al siguiente. Inclusive, encontramos histéresis en S_s alrededor de F_t decreciendo F. En la figura 3.2(c) vemos que la densidad de dislocaciones ha disminuído respecto del régimen de flujo esméctico, y que sus vectores de Burgers están fuertemente orientados en la dirección del flujo.

3.3.2 Fluctuaciones temporales: Ruido en el voltaje y difusión

Las transiciones *dinámicas* pueden ser mejor entendidas estudiando el comportamiento temporal del sistema en ambas direcciones. Experimentalmente se observó que el voltaje longitudinal puede presentar ruido de baja frecuencia [75, 76, 77, 78, 79] [1] y se encontró que la intensidad del mismo alcanza un valor muy grande por encima de la corriente crítica, atribuído a flujo plástico [76, 77, 78, 79], y luego decrece para corrientes grandes. Además, aún cuando el voltaje transversal dc

$$\langle V_x \rangle = \left\langle \frac{1}{N_v} \sum_i \frac{dx_i}{dt} \right\rangle \tag{3.3}$$

es cero, puede también presentar fluctuaciones y ruido [81]. De hecho, es fácil entender que este *ruido Hall* brindará información adicional, ya que estará muy relacionado a la tortuosidad de los canales de flujo plástico alrededor de la dirección de la fuerza y a los saltos entre canales elásticos en la fase esméctica. Hemos calculado el espectro de potencias de ambos, el voltaje longitudinal,

$$S_y(f) = \left| \frac{1}{T} \int_0^T dt (V_y(t) - V) \exp(i2\pi f t) \right|^2, \tag{3.4}$$

y el voltaje transversal,

$$S_x(f) = \left| \frac{1}{T} \int_0^T dt V_x(t) \exp(i2\pi f t) \right|^2. \tag{3.5}$$

[1] En el capítulo 5 analizamos el ruido de alta frecuencia

El ruido de baja frecuencia es definido como $P_{x,y} = \lim_{f\to 0} S_{x,y}(f)$. En la figura 3.4(a) mostramos los valores del ruido longitudinal P_y y ruido Hall P_x como función de la fuerza ($P_{x,y}$ fue aproximado como el promedio de las 10 frecuencias más bajas del espectro obtenido).

Vemos que cerca de la fuerza crítica, el ruido longitudinal es grande mientras que el ruido Hall es un orden de magnitud menor. En este régimen de flujo plástico el ruido está dominado por fluctuaciones en la dirección de movimiento y por la tortuosidad de los canales [63], y como hay pocos canales el ruido Hall es pequeño. Cuando el número de canales aumenta los vórtices exploran más en la dirección x y el ruido Hall crece. En F_p el ruido del voltaje se vuelve isotrópico, $P_x = P_y$. Este es el punto donde hemos observado la máxima interconección en la red de canales. Por encima de F_p, la aparición de canales elásticos ordenados esmecticamente reduce el ruido longitudinal. Por otro lado, el ruido Hall se mantiene grande debido a saltos "activados" entre canales elásticos. En F_t el ruido Hall cae abruptamente, casi dos órdenes de magnitud. Esto corresponde a una *transición de congelamiento* del movimiento de vórtices en la dirección transversal. Por encima de F_t no hay más saltos entre canales elásticos.

El ruido de baja frecuencia puede ser directamente relacionado al movimiento difusivo a tiempos largos. Analizamos el desplazamiento cuadrático promedio de los vórtices en ambas direcciones desde la posición del centro de masa $(X_{cm}(t), Y_{cm}(t))$ como función del tiempo. Definimos

$$w_x(t) = \frac{1}{N_v}\sum_i [\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_i(0)]^2, \tag{3.6}$$

y

$$w_y(t) = \frac{1}{N_v}\sum_i [\tilde{y}_i(t) - \tilde{y}_i(0)]^2 \tag{3.7}$$

donde $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - X_{cm}(t)$, $\tilde{y}_i(t) = y_i(t) - Y_{cm}(t)$. Observamos que el movimiento de vórtices para $F_c < F < F_t$ es difusivo en la dirección transversal, $w_x(t) \sim D_x t$. En la figura 3.4(b) mostramos el comportamiento del coeficiente de difusión transversal D_x. Este sigue cercanamente el comportamiento del ruido Hall, $D_x \propto P_x$. La difusión transversal es máxima en el pico de la resistencia diferencial, F_p, y salta abruptamente a cero en F_t indicando la transición de congelamiento transversal. Es interesante notar que las transiciones de equilibrio de fusión también muestran un salto en el coeficiente de difusión. Por encima de F_t, el desplazamiento cuadrático medio transversal es independiente del tiempo ya que el movimiento de vórtices es localizado en la dirección x: $w_x(t) \approx \langle(\Delta x)^2\rangle$. En el inset de la figura 3.4(b) mostramos $\langle(\Delta x)^2\rangle$ vs. F para $F > F_t$. Encontramos que $\langle(\Delta x)^2\rangle \approx 0.008a^2$ en F_t, consistente con un criterio de Lindemann para fusión [32, 65, 66, 58]. Podemos interpretar a D_x como una indicación de una "temperatura efectiva" T_{ef}. Si D_x fuera una función monótona creciente de T_{ef}, como sucede en muchos sistemas de partículas (interactuantes o no) en equilibrio a la temperatura externa T, ésto significaría que T_{ef} crece por encima de la fuerza crítica, tiene un máximo en el pico de la resistencia diferencial y decrece cuando el movimiento comienza a ordenarse. Siguiendo la analogía con la situación

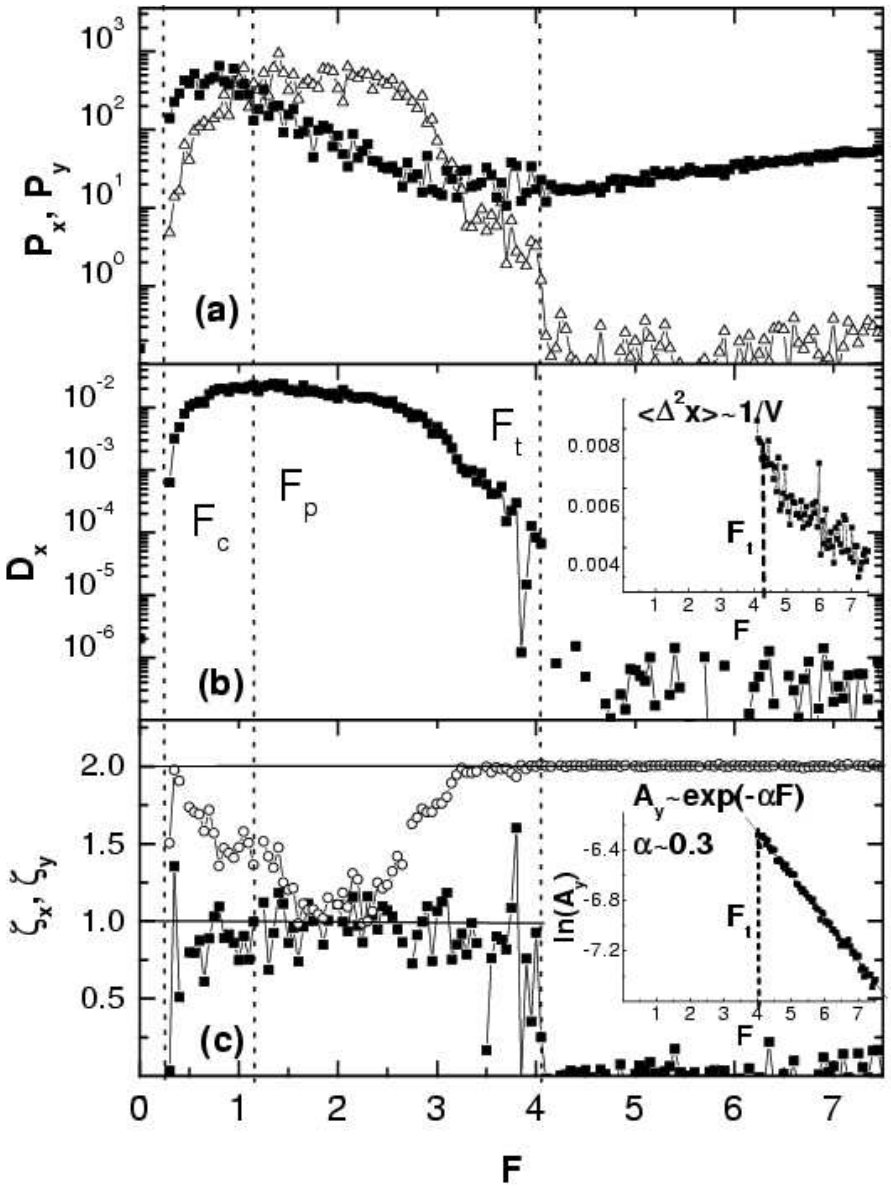


Figura 3.4: (a) Ruido de baja frecuencia del voltaje vs F. Ruido de voltaje longitudinal, P_y, símbolos negros. Ruido Hall, P_x, símbolos blancos. (b) Coeficiente de difusión para el movimiento transversal, D_x. El inset muestra el desplazamiento cuadrático medio transversal $\langle \Delta^2 x \rangle$ en la fase congelada, $F > F_t$. (c) Exponentes de difusión ζ_x (símbolos negros) y ζ_y (símbolos blancos) definidos a partir de: $\langle [\tilde{x}(t) - \tilde{x}(0)]^2 \rangle \sim t^{\zeta_x}$, $\langle [\tilde{y}(t) - \tilde{y}(0)]^2 \rangle \sim t^{\zeta_y}$. El inset muestra un gráfico de A_y definido a partir de un ajuste $\langle [\tilde{y}(t) - \tilde{y}(0)]^2 \rangle = A_y t^2$ para $F > F_t$.

de equilibrio, por encima de F_t podemos interpretar $\langle(\Delta x)^2\rangle$ como proporcional a T_{ef}, como ocurre en sólidos elásticos en equilibrio a la temperatura externa T [40]. Aquí encontramos que $\langle(\Delta x)^2\rangle$ decrece con F, consistente con un comportamiento $T_{ef} \sim 1/V$ [29, 32, 65, 66, 58]. Estas observaciones cualitativas sirvieron de motivación para el trabajo presentado en el capítulo 6, donde definimos más rigurosamente una T_{ef}, y analizamos su comportamiento en función de fuerza y temperatura.

El comportamiento a tiempos largos es mejor comprendido estudiando los exponentes de difusión $w_x(t) \sim t^{\zeta_x}$ y $w_y(t) \sim t^{\zeta_y}$. En la figura 3.4(c) mostramos el comportamiento de $\zeta_{x,y}$. Vemos que para $F_c < F < F_t$, $\zeta_x \approx 1$ correspondiente a difusión normal, mientras que para $F > F_t$, $\zeta_x \approx 0$ correspondiente a un congelamiento del movimiento transversal. El movimiento en la dirección longitudinal es por otro lado siempre superdifusivo, $\zeta_y > 1$. Por encima de F_t, en la fase congelada, las fluctuaciones longitudinales entran en un régimen *balístico*, $\zeta_y \approx 2$. Como las posiciones de los vórtices están localizadas en la dirección x, vemos que $w_y(t) = \langle(y(t) - y(0))^2\rangle \approx A_y t^2$, siendo $A_y = \langle(\Delta v_y)^2\rangle$ la dispersión de las velocidades promedio de los canales elásticos. En el inset de la figura 3.4(c) encontramos que A_y decrece exponencialmente con la fuerza $A_y \sim \exp(-\alpha F)$. [ésto sugiere una distribución "térmica" de las velocidades de los canales, como $T_{ef} \sim 1/F$, entonces $\langle(\Delta v_y)^2\rangle \sim \exp(-\alpha'/T_{ef})$].

3.4 Discusión

3.4.1 Modelo para la difusión anómala longitudinal

Es interesante analizar con más detalle la difusión longitudinal anómala encontrada en el régimen esméctico y sólido transversal, ya que ésta tiene su origen en correlaciones temporales de largo alcance generadas por la dinámica, ausentes en el sistema no impulsado. Desde un punto de vista puramente estadístico, el teorema central del límite no se aplica al desplazamiento de una partícula browniana si la función de autocorrelación de su velocidad decae como o más lento que t^{-1}. Si esto ocurre la difusión es *anómala* [82], es decir que el desplazamiento cuádratico medio no crece linealmente con t (lo que sería difusión normal). Podemos mostrar primero que la difusión anómala con exponente de difusión $1 < \zeta_y < 2$ (superdifusión) observada en el régimen esméctico puede ser explicada cualitativamente con un modelo muy sencillo, suponiendo que los vórtices se mueven la mayor parte del tiempo en los canales elásticos separados una distancia a_0 y que ocasionalmente tienen saltos difusivos normales entre los mismos en la dirección transversal. El esquema que ilustra este modelo para el régimen esméctico se muestra en la figura 3.5. Supondremos que la velocidad de cada canal $V_y(X)$ es una variable aleatoria que sólo depende del canal X, que no hay correlaciones entre canales (es decir despreciamos el acoplamiento entre canales) y que como estamos observando la difusión desde el centro de masa, el valor medio de V es cero. Es decir,

$$\langle V_y \rangle = 0$$

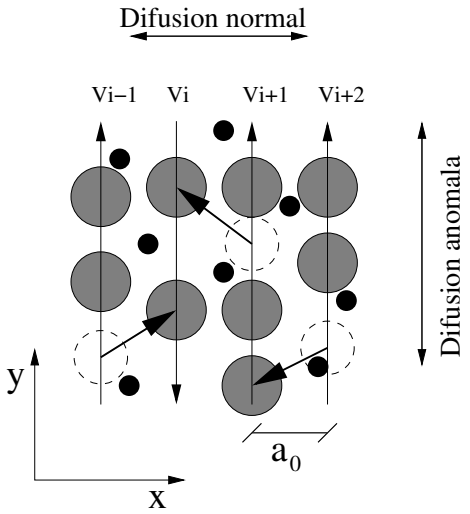


Figura 3.5: Modelo para explicar la superdifusión longitudinal en el régimen de flujo esméctico. Suponemos que los vórtices se mueven preferentemente sobre los canales elásticos y ocasionalmente tienen saltos difusivos normales entre canales, activados por las fluctuaciones transversales de la fuerza de anclaje. Además suponemos una distribución no nula de velocidades promedio en cada canal. Este modelo sencillo presenta correlaciones temporales de largo alcance en la dirección longitudinal, dando lugar a difusión anómala longitudinal (superdifusión).

$$\langle V_y(X)V_y(X')\rangle \;=\; \sigma_V\delta(X-X') \tag{3.8}$$

Suponemos que el movimiento transversal es browniano,

$$\begin{aligned} X_t &= \int^t \eta(t')dt' \\ \overline{\eta(t)} &= 0, \quad \overline{\eta(t')\eta(t)} = 2D_x\delta(t-t') \\ \overline{X_t^2} &= 2D_x t \end{aligned} \tag{3.9}$$

El desplazamiento longitudinal Y_t depende de las realizaciones del "ruido térmico" (ver cap. 6) $\eta(t)$ y de las realizaciones de los perfiles de velocidades $\{V_y(X)\}$,

$$Y_t = \int^t V_y[X'_t]dt' \tag{3.10}$$

Un modelo completamente análogo a las ecuaciones 3.8,3.9,3.10 fue considerado por primera vez por Matheron y de Marsily [83] para estudiar difusión en rocas porosas que exhiben una permeabilidad de gran escala, y por tanto fluctuaciones de la velocidad (en este caso los canales representan las capas donde el fluído puede moverse con facilidad y la porosidad entre capas da lugar a la difusión transversal). La cantidad que nos interesa calcular es el desplazamiento cuadrático medio longitudinal $\langle\overline{Y_t^2}\rangle$. Usando 3.8,3.9,3.10 no es difícil (ver Apéndice "C" de [82]) encontrar la solución,

$$\langle\overline{Y_t^2}\rangle = \frac{4}{3}\frac{\sigma_V}{\sqrt{\pi D_x}}t^{3/2}, \tag{3.11}$$

Por lo tanto hay superdifusión en la dirección longitudinal con un exponente de difusión $\zeta_y = 3/2$. Además se puede calcular [82] la función de autocorrelación de la velocidad longitudinal de un vórtice,

$$\langle\dot{Y}_{t=0}\dot{Y}_t\rangle \sim \frac{\sigma_V}{\sqrt{D_x t}} \tag{3.12}$$

Son estas correlaciones temporales de largo alcance, inducidas por el movimiento transversal, las responsables de la violación del teorema central del límite. Esto es fácil de entender si tenemos en cuenta que $\langle Y_t^2\rangle \sim t\int^t C(t')dt'$, donde $C(t) = \langle\dot{Y}_{t=0}\dot{Y}_t\rangle$. Suponiendo $C(t) \sim t^{-\gamma}$ tenemos que $\langle Y_t^2\rangle \sim t^{2-\gamma}$ si $\gamma < 1$ y $\langle Y_t^2\rangle \sim t\ln(t)$ si $\gamma = 1$. Vemos entonces que las correlaciones de largo alcance conducen en general a superdifusión (sin considerar los posibles casos donde $C(t)$ oscila), debido básicamente a que el desplazamiento neto no puede dividirse en un número efectivo de variables o bloques independientes. El exponente que da nuestro sencillo modelo es $\zeta_y = 3/2$, intermedio entre los valores encontrados en la simulación para todo el régimen esméctico (ver la figura 3.4(c)). Un modelo mas complicado que tenga en cuenta la dependencia de la constante de difusión transversal D_x con la fuerza externa F, asi como el efecto del débil acoplamiento entre canales y la consecuente correlación de sus velocidades, podría explicar la variación del exponente de superdifusión con la fuerza.

Con el mismo modelo con el que explicamos cualitativamente la superdifusión podemos explicar también la difusión balística en el sólido transversal. En el sólido transversal $D_x = 0$, entonces,

$$Y_t = \int^t V_y[X_{t'}]dt' = V_y[X_{t'=0}]t \tag{3.13}$$

lo que implica que,

$$\langle\overline{Y_t^2}\rangle = \sigma_V t^2 \tag{3.14}$$

con exponente $\zeta_y = 2$, como se encuentra en la simulación en el régimen del sólido transversal (ver la figura 3.4(c)). Es interesante notar que el coeficiente de difusión balística A_y calculado en la simulación se corresponde, en términos de este sencillo modelo, con la dispersión de la velocidad de los canales σ_V. Por lo tanto (dentro de este marco interpretativo) $A_y = \sigma_V \sim \exp(-\alpha F)$ implica que las velocidades de los canales se aproximan exponencialmente al valor medio de la velocidad (voltaje) aumentando F. Dicho de otra forma la distribución de velocidades longitudinales se angosta cuando su valor medio crece. Esto se debe a que el acoplamiento de los canales, relacionado con el orden traslacional longitudinal de corto alcance, mejora a velocidades altas. El efecto dinámico del desorden sobre la dispersión de las velocidades promedio de los canales individuales disminuye entonces con la velocidad. La imagen que deja este modelo de canales que deslizan y friccionan entre sí como las capas de un fluído viscoso (ver [84]) es, sin embargo, una simplificacíon macroscópica que no tiene en cuenta el orden triangular local. El

verdadero mecanismo microscópico de deslizamiento entre canales es el movimiento de dislocaciones.

3.4.2 Propiedades del sólido transversal

Como vemos en la figura 3.1(f) la fase de alta velocidad presenta localmente algún grado de orden triangular. Es interesante analizar encontes el resultado $\zeta_y \approx 2$ para la fase de alta velocidad, desde el punto de vista de la dinámica de dislocaciones sobre esa red triangular en movimiento. La existencia de difusión longitudinal implica que la red en movimiento sufre una deformación plástica continua. Esto nos indica que aún a altas velocidades las dislocaciones del sólido transversal 3.2(c) se desplazan en el sistema de referencia de centro de masa en respuesta a los esfuerzos inhomogéneos, con componentes rápidamente fluctuantes, producidos por las fuerzas de anclaje. Como vemos en la figura 3.2(c), la dirección longitudinal (en la que el sistema está impulsado) coincide con la dirección de los vectores de Burger de las dislocaciones. Analizando secuencias temporales cortas de teselaciones de Voronoi en el sólido transversal pudimos observar que las dislocaciones se desplazan únicamente en la dirección longitudinal [85]. Es bien conocido que este movimiento de deslizamiento o "gliding" de dislocaciones es el mecanismo principal de deformación plástica en sólidos bidimensionales sometidos a esfuerzos. Esto es debido a que el gliding está controlado por las barreras de Peierls las cuales son mucho menores que las barreras de energía para el trepado o "climb" de dislocaciones. Este resultado para la fase dinámica de alta velocidad en dos dimensiones está de acuerdo con predicciones analíticas recientes basadas en modelos para la dinámica dislocaciones sobre la red de vórtices en rápido movimiento. En [66, 58] muestran que el sólido de vórtices en movimiento en dos dimensiones es inestable aún a altas velocidades debido a la presencia de dislocaciones libres que se mueven con una velocidad media finita respecto del sistema de referencia de centro de masa de la red. En [58] muestran por un lado que hay una longitud de apantallamiento finita en la interacción de dislocaciones y en [66] encuentran que la velocidad media $V_d = V - \tilde{V}_d$ de dislocaciones de prueba es *menor* que la red de vórtices V, con $\tilde{V}_d \sim V^{-4}$. El resultado que encontramos en nuestras simulaciones para la difusión longitudinal $A_y \sim \exp(-\alpha F) \sim \exp(-\alpha V)$ nos indica que efectivamente la movilidad de las dislocaciones desde el centro de masa de la red de vórtices disminuye con V, pero con una disminución de tipo exponencial en vez de ley de potencia. La diferencia podría deberse a que en [66] se considera el caso de dislocaciones no interactuantes muy diluídas sobre la red de vórtices (es decir, cuya densidad es mucho menor que la de vórtices) ante anclaje débil, mientras que nuestras simulaciones son para anclaje fuerte y muestran una densidad de dislocaciones alta. Aún teniendo en cuenta que la interacción entre dislocaciones fuera del equilibrio es de corto alcance [58], si la separación media entre dislocaciones es mas chica que la longitud de apantallamiento , cosa que puede ocurrir ya que esta crece exponencialmente con la velocidad [58], se podría tener un fenómeno análogo al de endurecimiento por trabajo o "work hardening" (donde la interacción entre dislocaciones entorpece su movilidad), provisto que el efecto "entrópico" de las componentes fluctuantes de la fuerza de anclaje sea débil, tal como sucede a velocidades altas. Este endurecimiento

conduciría a una disminución más rápida de la movilidad de las dislocaciones que el caso de dislocaciones diluídas. Sería muy interesante abordar esta cuestión sistemáticamente ya que poco se sabe acerca de como la dinámica colectiva de las dislocaciones afecta las propiedades reológicas en estructuras localmente ordenadas fuera del equilibrio.

3.4.3 Analogía con líquidos sobreenfriados

El comportamiento de la plasticidad longitudinal de sólido transversal también motiva la siguiente discusión. Notemos primero que la dispersión de las velocidades longitudinales o coeficiente de difusión balística en el sólido transversal crece exponencialmente rápido a velocidades altas. Lo que hace muy interesante y sugestivo a este comportamiento es el notar que muchos líquidos sobreenfriados presentan un dramático aumento exponencial de la viscocidad en función de $1/T$ (en vez de la velocidad V), típicamente bien descripto por una ley de Vogel-Fulcher $\eta \sim \exp[-A/(T-T_0)]$ [86]. El caso $T_0 \neq 0$ describe a los llamados *vidrios frágiles* mientras que el caso $T_0 = 0$, donde la ley de Vogel-Fulcher toma la forma de una ley de Arrhenius $\eta \sim \exp[-A/T]$, describe a los llamados *vidrios fuertes*. A pesar de que no hay una temperatura característica, en estos últimos se acostumbra a definir una temperatura empírica T_g de crossover, por encima de la cual es prácticamente imposible equilibrar al sistema (por ejemplo las cantidades termodinámicas empiezan a depender de la velocidad de enfriado, etc.). La comparación de $A_y \sim \exp(-\alpha V)$ con la ley de Arrhenius $\eta \sim \exp[-A/T]$ sugiere definir "temperatura efectiva" $T_{ef} \sim 1/V$ con la posibilidad de un crossover dinámico de la red de vórtices en movimiento a una velocidad V_g, analógo a una "transición vidriosa". Este crossover dinámico sería relevante siempre y cuando V_g no resulte mayor que la velocidad de ruptura de pares de Cooper. Con esta analogía con los líquidos sobreenfriados, por encima de V_g la dinámica sería lenta y las propiedades del estado estacionario podrían depender de su historia de preparación, como fue observado en algunos regímenes dinámicos en [87]. Cabe entonces la interesante posibilidad de que la red de vórtices fuertemente impulsada se comporte entonces en forma similar a un vidrio de ventana (o líquido subenfriado), con respuesta elástica a esfuerzos de corte rápidos (con dislocaciones practicamente congeladas encima de la red en movimiento) y como un fluído ante esfuerzos lentos. Esto pone de manifiesto la relevancia de un análisis detallado (en función de la frecuencia por ejemplo) de la respuesta *viscoelástica* de la red [88].

Curiosamente una temperatura dependiente de la velocidad $T_{ef} \sim 1/V$, que aquí definimos haciendo una analogía con una ley de Arrhenius, fue propuesta en [29] haciendo una analogía entre las correlaciones temporales de la fuerza de anclaje y las correlaciones de un ruido térmico de Langevin. Es menester sin embargo admitir que tanto aquí como en [29] tal asociación ha sido puramente heurística. Sería deseable que la definición de una temperatura de no equilibrio no fuera nada más que un simple parámetro que sirva de nexo para establecer una analogía con una formulación de equilibrio en una situación particular, sino un concepto que retenga lo más posible todas las propiedades empíricas de la temperatura termodinámica, como la de ser medible con un termómetro y controlar la dirección del flujo de

calor [89]. En el cap. 6 nos ocuparemos con más rigurosidad de la definición de una temperatura efectiva T_{ef} para la red de vórtices en movimiento.

3.4.4 Fases dinámicas en dos dimensiones

Nuestras simulaciones de films superconductores delgados bidimensionales no dan evidencia, a ninguna velocidad finita, de la existencia de un cristal en movimiento [29], ni la de un sólido de vórtices con canales acoplados y dislocaciones congeladas sobre la red en movimiento [71, 87], sino que están de acuerdo con [56, 57, 66]. La observación de un sólido de vórtices en simulaciones de vórtices en dos dimensiones podría deberse a que en situaciones de anclaje débil como las consideradas por ejemplo en [71, 87], los *efectos de tamaño y tiempo finitos* se hacen muy relevantes. Por un lado los efectos de tamaño finito son importantes porque conducen en general a una sobreestimación del orden traslacional y topológico de la red. En el caso estático en dos dimensiones por ejemplo, donde no hay vidrio de Bragg debido a la existencia de dislocaciones desapareadas [17], se encontró que la separación media entre dislocaciones ξ_D y la la longitud característica de orden traslacional R_a (definida a partir de $u(R_a) - u(0) \sim a$ donde $u(x)$ son los desplazamientos de los vórtices respecto de la red perfecta con parámetro de red a), cumplen $\xi_D \gg R_a$ [54] cuando el anclaje es débil, a cualquier temperatura por debajo de la de fusión de la red. Por lo tanto una simulación numérica de la red de vórtices con desorden débil en el caso estático, podría aparecer, por efecto de tamaño finito, como un cristal si $L_{sim} < R_a \ll \xi_D$, como un Bragg glass si $R_a < L_{sim} < \xi_D$ o como una estructura topológicamente desordenada si $R_a < \xi_D < L$ (cuya rigidez dependería de la movilidad térmica de las dislocaciones). Los efectos de tamaño finito en el sistema fuera del equilibrio son mucho más complicados de analizar debido a que consideraciones de balance energético son inadecuadas para estimar las longitudes características. Sin embargo es de esperar que sean posibles una variedad de crossovers dinámicos debidos a efectos de tamaño finito. Cabe mencionar los siguientes puntos importantes. (i) El efecto de reordenamiento dinámico hace que las longitudes características tengan una dependencia (muy fuerte si el desorden es débil) con la velocidad v, lo que genera croosovers en función de v.(ii) Aunque manteniendo en general la simetría de reflexión respecto de la dirección del la fuerza impulsora, la estructura de la red en movimiento es anisotrópica, [30, 31, 32] y por tanto las longitudes de orden traslacional se desdoblan, $R_a \rightarrow R_a^x(v), R_a^y(v)$, describiendo volúmenes de correlación anisotrópicos. (iv) Los efectos de no equilibrio agregan en algunos casos nuevas longitudes características (inexistentes en el caso estático) como ser la existencia en dos dimensiones de una longitud de apantallamiento finita en la interacción entre dislocaciones del tipo $L_s(v)$ debida a términos "KPZ" (Kardar-Parisi-Zang) generados en el coarse-graining de la ecuación de movimiento desnuda de los vórtices [58]. En el caso dinámico en dos dimensiones tenemos entonces a una familia expandida de longitudes características tales como $R_a^x(v), R_a^y(v), \xi_D(v), L_s(v)$. Si el desorden es lo suficientemente débil el tamaño de la muestra simulada L_{sim} podría ser comparable a cualquiera de ellas para una velocidad menor que la de ruptura de pares, lo que puede generar variados crossovers dinámicos. Las nuevas fases observadas en simulaciones para desorden muy débil, aunque no observadas para

desorden fuerte, podrían tener sin embargo contraparte experimental si la dependencia con v es tan fuerte que haga que las longitudes características puedan llegar a ser del orden de la escala experimental L_{exp}.

Los efectos de tiempo finito son también muy importantes a altas velocidades porque como vimos la dinámica se vuelve lenta. La escala de tiempo de observación finita puede llevarnos a confundir, por ejemplo, un flujo viscoelástico con un flujo puramente elástico de la red a altas velocidades [56]. Se conocen muchos materiales [86] que se comportan como sólidos a esfuerzos rápidos y como líquidos a esfuerzos lentos (cfr. vidrio de ventana, algunas pastas, etc.). A fin de entender el comportamiento dinámico de la red de vórtices sería muy interesante entonces hacer un estudio por ejemplo de la respuesta viscoelástica en función del tiempo de la red de vórtices. En las simulaciones numéricas donde el desorden es débil la separación de escalas de tiempo es más pronunciada que para desorden fuerte. La deformación plástica del sólido transversal en movimiento podría pasar entonces inadvertida en una simulación si la escala de tiempo de observación no es suficientemente larga y confundirse por ejemplo con un sólido con dislocaciones congeladas [87]. Directamente relacionada con la dinámica lenta están los efectos de metaestabilidad e historia.

Para comparar nuestros resultados con los de otras simulaciones en dos dimensiones hechas con anterioridad, cabe mencionar también que en su gran mayoría [29, 56, 70, 57, 71, 87] se usó un potencial de interacción entre vórtices de corto alcance. Como vimos en la sección 1.3.1 una simulación realista en dos dimensiones corresponde a la de un film delgado con espesor $d \ll \lambda$, y en ese caso las interacciones entre vórtices son de largo alcance. Desde un punto de vista macroscópico la diferencia entre los potenciales de interacción puede ser bien apreciada comparando las constantes elásticas C_{11} (compresión) y C_{66} (corte) de la red de vórtices sin desorden [51]. Con interacciones de corto alcance correspondientes a la interacción entre vórtices rígidos en tres dimensiones son $C_{66} = B\Phi_0/16\pi\mu_0\lambda^2$ y $C_{11}(k) = B^2/\mu_0(1+\lambda^2k^2)$, donde k es el vector de onda de la deformación [90]. Esto da $C_{66}/C_{11} = (a_0/\lambda^2)/16\pi$ ya que $k\lambda \ll 1$. Como en la mayoría de las simulaciones $\lambda \gtrsim a_0$ entonces $C_{66} \lesssim C_{11}$. Para interacciones logarítmicas en cambio $C_{66}d = B\Phi_0/8\pi\mu_0\Lambda^2$ y $C_{11}(k)d = 2B^2/\mu_0k^2\Lambda$. Como Λ es típicamente del orden de la muestra experimental, la elasticidad de la red de vórtices en films delgados es no-local a todas las escalas de longitud y además es incompresible, $C_{11}(k) \to \infty$ cuando $k \to 0$. Para films $C_{66}/C_{11} = (ka_0)^2/16\pi$, y como típicamente $ka_0 \ll 1$ tenemos que $C_{66} \ll C_{11}$. Esto favorece mucho más el flujo de tipo filamentario uniforme [51] comparado con el caso de interacciones de corto alcance. La estabilidad del sólido de vórtices en movimiento coherente está por tanto mucho más comprometida en el caso bidimensional realista, debido a los esfuerzos de corte. Esto hace más plausible que la fase de alta velocidad sea el sólido transversal.

3.4.5 Naturaleza de la fase veloz

Comparando con las predicciones teóricas para la fase de vórtices de alta velocidad encontramos que el sólido transversal en movimiento a $T = 0$ se asemeja cualitativamente al vidrio transversal en movimiento, propuesto por Giamarchi

y Le Doussal ya que: (i) presenta orden de cuasi-largo alcance en la dirección transversal (no es por lo tanto asintóticamente un líquido [31]); (ii) al menos a $T = 0$ no hay modos de permeabilidad en la dirección transversal, como es predicho para el régimen esméctico, por Balents, Marchetti y Radzihovsky [31]; (iii) Los canales están acoplados elásticamente unicamente en la dirección transversal, lo que descarta el movimiento coherente [29, 32] de un cristal o el vidrio de Bragg en movimiento [30].(iii) Si bien no probamos en este trabajo la existencia de una *corriente crítica transversal* F_{ct} finita, en otras simulaciones muestran que ésta existe aún en un régimen de canales desacoplados análogo a nuestro sólido transversal. Creemos muy plausible que la transición de congelamiento transversal esté directamente relacionada con la aparición de un valor finito de $F_{ct}(F)$ en $F = F_t$, es decir que $F_{ct} = 0$ si $F < F_t$ y $F_{ct} > 0$ si $F > F_t$. El argumento de plausibilidad descansa en el fondo en una supuesta relación de fluctuación-disipación, entre la respuesta del voltaje transversal ante una pequeña corriente transversal y las fluctuaciones espontáneas del voltage transversal (ver capítulo 6). La caída brusca del ruido Hall en la transición de congelamiento transversal estaría entonces relacionada con la aparición de una F_{ct} finita. Si bien podemos hacer una correspondencia cualitativa buena entre el sólido transversal y el vidrio transversal de Giamarchi y Le Doussal [30], no podemos descartar la posibilidad de que el sólido transversal observado a $T = 0$ represente en realidad un crossover a temperaturas bajas de un régimen de flujo esméctico, o incluso el de un líquido [31], con difusión transversal y $F_{ct} = 0$. Dilucidar bien esta cuestión exige de simulaciones a T finita para el régimen de alta velocidad con análisis de tamaño y tiempo finitos. Uno debería determinar bien: (i) la analiticidad de la respuesta del voltage transversal ante una pequeña corriente de transporte transversal; (ii) La difusión transversal a temperaturas bajas comparadas con las otras escalas de energía; (iii) El orden traslacional transversal. Como no disponemos de un análisis tan detallado, en la próxima subsección discutiremos cualitativamente los efectos a T bajas comparadas con la amplitud de anclaje.

3.4.6 Comportamiento a temperatura finita

Las fases y transiciones dinámicas reportadas aquí son a $T = 0$ en dos dimensiones. Dado que el efecto de las fluctuaciones térmicas es tanto más importante cuanto más baja la dimensión del espacio en el que está embebido el sistema, es muy relevante preguntarnos cómo se modificarían los resultados obtenidos si T fuera finita, aunque muy pequeña. Por falta de tiempo no hemos realizado todavía el necesario estudio sistématico de lo que sucede. Sin embargo, con la esperanza de que incluso las especulaciones menos fundadas de esta tesis le sirvan a alguien como motivación para estudios futuros, vamos a mencionar algunos resultados cualitativos de simulaciones a T finita. Estas primeras observaciones nos llevan a creer que el efecto del desorden estático sobre la red de vórtices impulsada a $T = 0$ es cualitativamente independiente y puede ser superpuesto, en buena aproximación, a los efectos térmicos existentes a T finita, siempre y cuando $k_B T \ll A_p$, donde A_p es la amplitud del anclaje (para $k_B T \sim A_p$ esperamos que no valga la simple superposición). Debido al movimiento térmicamente activado la transición de desanclaje en $F \sim F_t$ a T finita no representa un verdadero desanclaje pero sigue

siendo un pronunciado crossover donde la curva fuerza-velocidad (FV) es no lineal y el ruido longitudinal del voltaje crece bruscamente. Aunque difícil de observar a T muy bajas debido a efectos de tiempo finito, el voltaje no se anula por completo para $F < F_c$, y persiste una baja disipación debido al movimiento térmicamente activado de vórtices (creep). El principal efecto cualitativo del ruido térmico en el régimen de flujo plástico $F_c < F < F_p$ es el de ensanchar un poco los canales, y el de restablecer la ergodicidad haciendo que la tortuosa estructura de canales estáticos a $T = 0$ evolucione explorando distintas configuraciones sobre el potencial de anclaje (creemos que existiría, sin embargo, una tortuosidad media finita). Las propiedades de transporte del régimen de flujo plástico son por otro lado muy insensibles a estas diferencias en el movimiento microscópico siendo muy similares a las de $T = 0$. Igualmente con el orden espacio-temporal que sigue asemejándose al de un líquido. Cualitativamente la transición al régimen con orden esméctico en $F \sim F_p$, coincidente con el pico de la resistencia diferencial sigue estando asociada con una transición en la tortuosidad media de la estructura de canales. Los saltos transversales entre canales elásticos del régimen esméctico están ahora activados por ambas, la fluctuaciones de la fuerza de anclaje y las fluctuaciones térmicas. Probaremos cuantitativamente esta última afirmación en el capítulo 6 en relación a la dependencia de la temperatura efectiva transversal con la temperatura del baño térmico. Como mostramos en la figura 3.1 la transición al sólido transversal a $T = 0$ está marcada por la desaparición brusca de los saltos entre canales en $F = F_t$. Es de esperar entonces que la activación térmica marque ahora una diferencia importante para $F \sim F_t$, ya que la difusión transversal activada por anclaje se hace despreciable frente a la térmica. Si para $F > F_t$ las barreras dinámicas para el movimiento transversal son finitas, hay una probabilidad no nula de tener saltos activados térmicamente entre canales y por tanto un mecanismo puramente térmico para la difusión transversal. No tenemos todavía resultados que sustenten esta afirmación ya que para calcular bien la difusión transversal a T baja hace falta simular el sistema un tiempo mucho más largo de lo que se venía haciendo. Hay que mencionar como posibilidad también que las barreras dinámicas para el movimiento transversal sean efectivamente divergentes, tal como lo sugiere la existencia de una corriente crítica en el vidrio transversal de Giamarchi y Le Doussal. La transición de congelamiento transversal en $F \sim F_t$, resultado clave de este trabajo, sigue mostrándose para T suficientemente baja como un pronunciado crossover donde la constante de difusión transversal y ruido Hall caen varios órdenes de magnitud. Es interesante notar que este cambio de régimen del movimiento transversal incrementando la fuerza impulsora cerca de F_t, de un régimen con difusión transversal activada por fuerzas de anclaje y térmicas a un régimen con activación térmica solamente, es análogo a la transición de desanclaje longitudinal a $F = F_c$.

Para terminar esta discusión sobre los efectos térmicos cabe decir que sin simulaciones sistemáticas a T finita con adecuados análisis de tamaño y tiempo finitos no podemos ahondar bien en las cuestiones más importantes de la controversia teórica sobre las fases dinámicas, basada en la descripción a gran escala de la red de vórtices en movimiento. Lamentablemente nuestra capacidad computacional es por ahora insuficiente para esta tarea, si nos limitamos a tiempos razonables de cálculo.

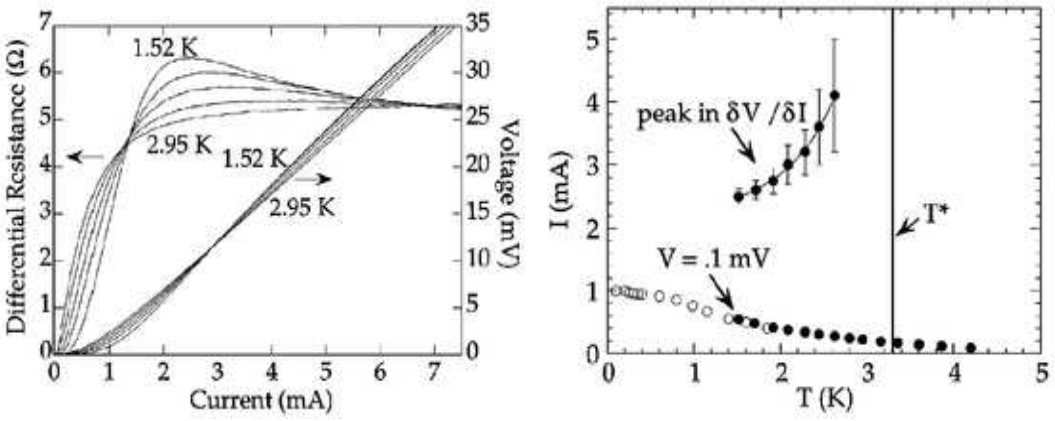


Figura 3.6: Derecha: Diagrama de fase dinámico experimental corriente-temperatura de un film superconductor delgado de Mo77Ge23 [41]. La primera línea de transición es la corriente crítica de desanclaje y la segunda es la corriente en el pico de la resistencia diferencial. Izquierda: curvas IV y dV/dI-I típicas de donde se extrajeron las corrientes características.

3.4.7 Comparación con resultados experimentales

Un resultado importante de este capítulo es que las transiciones entre regímenes dinámicos que encontramos pueden ser bien caracterizadas mediante mediciones de transporte.

Como mostramos en la figura 3.3(a) la transición en F_p entre el régimen de flujo plástico y el régimen de flujo esméctico está bien señalada por el pico en la resistencia diferencial. Esta fuerza caractererística fue usada en [41] para construir el diagrama de fases dinámico de la figura 3.6. La interpretación que se le dió en [41] a esta transición en el pico de la resistencia diferencial fue hecha en términos del diagrama de fase dinámico de Koshelev y Vinokur, fig. 2.4, como una transición entre un líquido en movimiento a un cristal en movimiento. Aquí mostramos por lo tanto que esta interpretacion es errónea. Además en nuestras simulaciones de films delgados bidimensionales como los de [41] no tenemos evidencia de un cristal en movimiento, consistente con las refs. [30, 31, 32].

La transición en F_t entre el régimen de flujo esméctico al sólido transversal en movimiento está bien señalada en el ruido de baja frecuencia transversal o Hall. Como esta medición no fue realizada todavía necesitamos otro criterio. Uno posible es notar en la figura 3.3(a) que la resistencia diferencial se vuelve prácticamente constante en F_t y las fluctuaciones en la misma se reducen apreciablemente. En los experimentos de ref. [27] de Bhattacharya y Higgins usaron un criterio similar para construir su (pionero) diagrama de fases dinámico para NbSe2 cerca del efecto pico, como podemos apreciar en las curvas de resistencia diferencial de fig 3.7. La interpretación de esta transición fue el paso de un régimen de flujo elástico. Lo que ellos denominaror flujo plástico es compatible con nuestro régimen esméctico, pero el flujo elástico no es compatible con el sólido transversal. Hay que tener en cuenta sin embargo que las muestras superconductoras de 2H-NbSe2 son muy limpias y tridimensionales, a diferencia de nuestras simulaciones en dos dimensiones con desorden fuerte.

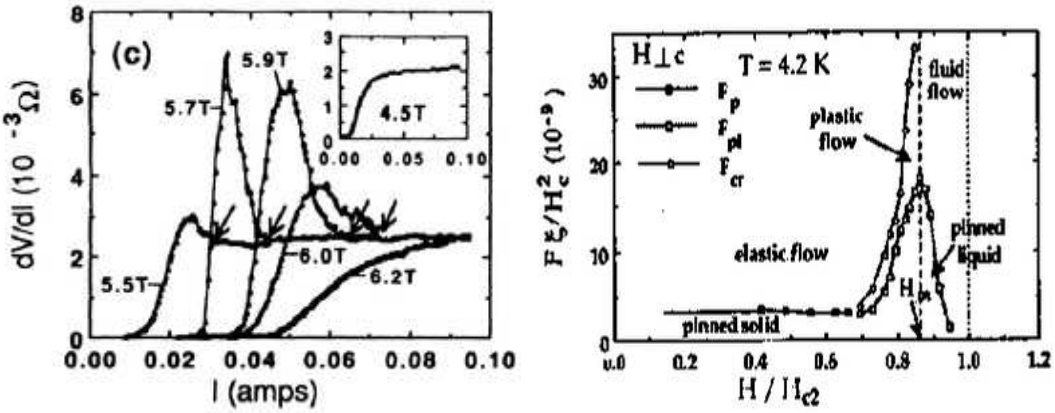


Figura 3.7: Derecha: Diagrama de fase dinámico experimental corriente-campo de un superconductor de 2H-NbSe2 [27]. La primera línea de transición es la corriente crítica de desanclaje y la segunda es la corriente donde la curva IV se vuelve lineal y se reducen las fluctuaciones en la resistencia diferencial. Izquierda: curvas de resistencia diferencial dV/dI-V de donde se extrajeron las corrientes características.

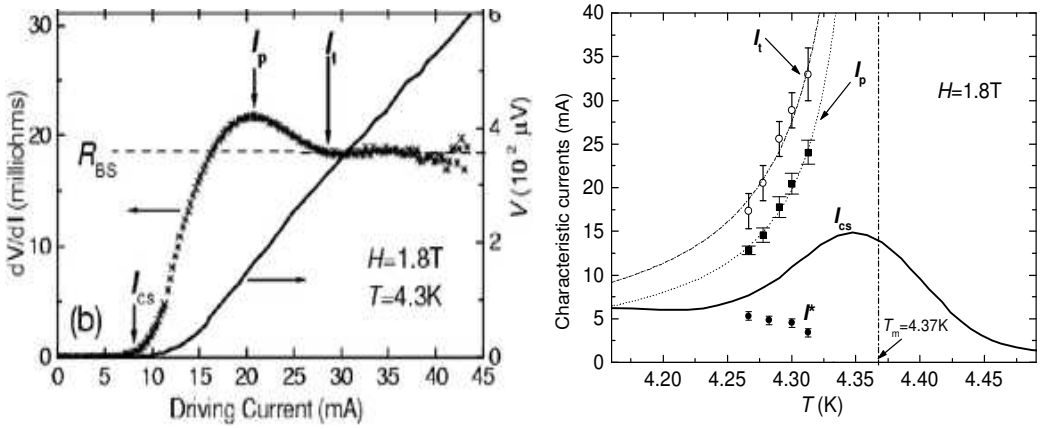


Figura 3.8: Derecha: Diagrama de fase dinámico experimental corriente-temperatura de un superconductor de 2H-NbSe2 [91] con dos transiciones dinámicas, como lo sugerido por nuestras simulaciones. La primera línea de transición es la corriente crítica de desanclaje, la segunda es la corriente en el pico de la resistencia diferencial dV/dI-I y la tercera es la corriente donde se vuelve lineal la curva IV. Izquierda: curva IV y de resistencia diferencial dV/dI-V típica de donde se extrajeron las corrientes características. En base a nuestros resultados por debajo de T_m las fases que ocurren incrementando corriente son: red anclada, flujo plástico, flujo esméctico, y sólido transversal en movimiento. Comparar con la figura 3.3(a).

Recientemente Xiao *et.al.* usaron las dos corrientes características F_p y F_t tal como fueron definidas en nuestro trabajo para construir un nuevo diagrama de fases dinámico $F-T$. para 2H-NbSe2 cerca del efecto pico [91].Este diagrama es similar al encontrado por Koshelev y Vinokur [29] pero distingue *dos* transiciones, las cuales pueden interpretarse en términos de las transiciones entre regímenes dinámicos que encontramos en nuestras simulaciones de films delgados. Sería interesante disponer de mediciones de ruido en este superconductor en los distintos regímenes dinámicos a fin de probar mejor el grado de consistencia entre modelos, simulaciones y experimentos.

3.5 Conclusiones

En conclusión, hemos obtenido evidencia de dos transiciones de fase dinámicas las cuales pueden ser verificadas experimentalmente con mediciones de ruido en el voltaje *y ruido Hall*. La primera transición en F_p es el punto donde el ruido es isotrópico y la difusión transversal máxima (i.e., temperatura efectiva máxima) y corresponde al pico observado en la resistencia diferencial. La segunda transición en F_t es una transición de congelamiento en la dirección *transversal* , donde la difusión transversal se anula abruptamente y el ruido Hall cae varios órdenes de magnitud. La fase de alta velocidad es un sólido transversal con canales desacoplados debido la presencia de dislocaciones con vectores de Burger paralelos a la fuerza impulsora móbiles (gliding) en el sistema de referencia de centro de masa. La disminución rápida de la movilidad de estas dislocaciones con la velocidad de la red de vórtices sugiere la interesante posibilidad de un pronunciado crossover dinámico a un vidrio anisotrópico en movimiento a $T = 0$.

Parte del trabajo presentado en este capítulo fue publicado en [92] en colaboración con Niels Grønbech-Jensen. Agradecemos las útiles discusiones con A. R. Bishop, P. Cornaglia, Y. Fasano, F. de la Cruz, S. Bhattacharya, V. B. Geshkenbein, F. Pardo, V. M. Vinokur, M. B. Weissman, y G. Zimányi.

Capítulo 4

Vórtices impulsados en superconductores laminares: ordenamiento dinámico en el eje-c

Estudiamos un modelo tridimensional de vórtices impulsados en superconductores laminares con planos débilmente acoplados con anclaje fuerte. Por encima de la corriente crítica F_c, encontramos un régimen de flujo plástico en el cual panqueques de distintos planos están desacoplados, correspondiendo a un "gas de panqueques". A una fuerza más alta F, hay un régimen de "flujo esméctico" con orden intercapa de corto alcance, correspondiendo a un "líquido de líneas" enredado. A una fuerza aún más alta, los desplazamientos transversales se congelan y los vórtices se correlacionan a lo largo del eje-c, resultando un "sólido transversal". Finalmente, a una fuerza F_s los desplazamientos longitudinales se congelan y encontramos un "sólido coherente" de líneas rígidas.

Un superconductor laminar fuertemente anisotrópico se puede modelar como una pila de films superconductores como los estudiados aisladamente en el capítulo anterior. El ingrediente adicional en el superconductor laminar es el acoplamiento magnético entre planos. Es de esperar que cuando éste sea lo suficientemente débil recuperemos en cada plano, a los regímenes dinámicos en dos dimensiones del capítulo 3. El efecto del acoplamiento magnético a su vez depende depende del estado dinámico en cada plano. En base a ésto es plausible que las mayores diferencias con respecto al caso de films superconductores delgados se vea a altas velocidades. en este capítulo investigaremos estos efectos agregando el análisis de propiedades propias del eje-c, en particular aquellas experimentalmente accesibles.

4.1 Motivación

Es bien conocido que una corriente externa puede inducir un ordenamiento de la estructura de vórtices en superconductores con anclaje desordenado [28]. Por mucho tiempo se creyó que la fase de alta corriente tendría orden cristalino, aún cuando la estructura de vórtices a corriente cero pudiera ser desordenada. Recientemente ha sido hallado que diferentes tipos de orden son posible a altas corrientes, dependiendo de la amplitud de la fuerza de anclaje y la dimensionalidad [27, 29, 30, 31, 32, 42, 51, 52, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 69, 70, 71, 72, 92]. Ésto condujo a numerosos estudios teóricos [29, 30, 31, 32, 64], experimentales [27, 41, 52, 69] y numéricos [42, 51, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 70, 71, 72, 92], ya que éste es un problema de interés general en el campo de los sistemas impulsados fuera del equilibrio. Una estructura de tipo cristalina, que podría ser un cristal perfecto [29] o un vidrio de Bragg [30, 31, 32, 64], es sólo posible en $d = 3$ a altas corrientes. En $d = 2$, y en $d = 3$ para corrientes intermedias, se espera un vidrio transversal, con orden sólo en la dirección perpendicular a la fuerza impulsora [30, 31, 32, 42, 57, 64, 70, 71, 72, 92]. En el diagrama de fases de vórtices en equilibrio, el comportamiento de las correlaciones a lo largo de la dirección del campo magnético (eje-c) ha sido discutido intensivamente tanto experimentalmente [93] como teóricamente [94]. En el caso de vórtices impulsados, poco se sabe de como se comportarían las correlaciones en el eje-c en los diferentes regímenes dinámicos. En este capítulo nos enfocamos en esa cuestión comenzando por el caso menos favorable: planos superconductores débilmente acoplado con desorden puntual fuerte y no correlacionado. Vamos a mostrar cómo el orden a lo largo del eje-c y el orden estructural toman lugar en una secuencia de fases dinámicas a medida que aumentamos la corriente impulsora desde cero.

4.2 Método

Estudiamos vórtices panqueque en un superconductor laminar, considerando las interacciones magnéticas entre todos los panqueques y despreciando el acoplamiento Josephson [38]. Este modelo es adecuado cuando la espaciamiento entre capas d es mucho menos que la longitud de penetración intra-plano $\lambda_\parallel$ [38]. Simulaciones anteriores de vórtices impulsados en 3D han sido realizadas usando dinámica de Langevin de partículas con interacción de corto alcance [42, 43, 44, 95] o el modelo XY isotrópico en 3D [45]. El modelo que usamos fue descripto en la sección 1.3.2. Normalizamos las escalas de longitud por $\lambda_\parallel$, las escalas de energía por $A_v = \phi_0^2/4\pi^2\Lambda$, y el tiempo es normalizado por $\tau = \eta\lambda_\parallel^2/A_v$. Consideramos N_v vórtices panqueques y N_p centros de anclaje en N_l capas rectangulares de tamaño $L_x \times L_y$, y la densidad de vórtices normalizada es $n_v = B\ \lambda_\parallel^2/\Phi_0 = (a_0/\lambda_\parallel)^2$. Consideramos $n_v = 0.29$ con $L_y = 16\lambda_\parallel$ y $L_x = \sqrt{3}/2L_y$, $N_l = 8$ y $N_v = 64$. Tomamos un rango de anclaje de $a_p = 0.2$, una amplitud de anclaje grande de $A_p/A_v = 0.2$, con una alta densidad de centros de anclaje $n_p = 3.125n_v$. El modelo de la sección 1.3.2 es válido en el límite $d \ll \lambda_\parallel \ll \Lambda$. Tomamos $d/\lambda_\parallel = 0.01$, lo que corresponde a los compuestos BSCCO [38]. Vórtices panqueque en movimiento inducen un campo

eléctrico total $\mathbf{E} = \frac{B}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{z}$, con $\mathbf{v} = \frac{1}{N_v N_l}\sum_i \mathbf{v}_i$.

Analizamos los regímenes dinámicos en la curva velocidad-fuerza a $T = 0$, resolviendo la ecuación 1.42 para valores crecientes de $\mathbf{F} = F\mathbf{y}$ [46]. Usamos condiciones de contorno periódicas tanto en los planos como en la dirección z y se consideraron las interacciones entre todos los panqueques de todos los planos. [46] La interacción de largo alcance periódica es evaluada usando Ref. [96]. Las ecuaciones son integradas con un paso de tiempo de $\Delta t = 0.01\tau$ y los promedios son evaluados en 16384 pasos de integración después de esperar 2000 iteraciones para lograr la equilibración (cuando la energía total alcanza un valor estacionario). Cada simulación es comenzada a $F = 0$ con una red triangular y la fuerza impulsora se incrementa lentamente con pasos de $\Delta F = 0.1$ hasta valores tan altos como $F = 8$.

4.3 Resultados

4.3.1 Regímenes dinámicos

Comenzamos con una descripción cualitativa de los diferentes estados estacionarios que aparecen aumentando la fuerza impulsora. En la figura 4.1(a-d) mostramos las trayectorias de los vórtices $\{\mathbf{R}_i(t)\}$ para valores típicos de F dibujando las posiciones de los panqueques en cinco de los planos para todo tiempo t. En Fig.4.1(e-h) mostramos el factor de estructura promedio inter-plano

$$S(\mathbf{k}) = \langle \frac{1}{N_l}\sum_n |\frac{1}{N_v}\sum_i \exp[i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_{ni}(t)]|^2 \rangle, \tag{4.1}$$

con $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$. Por encima de la fuerza crítica F_c, encontramos las siguientes fases dinámicas.

(i)**Flujo Plástico** ($F_c < F < F_p$): Los panqueques se mueven en una red intrincada de canales , en forma similar al comportamiento encontrado en 2D [51, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 92]. El movimiento en planos diferentes está completamente descorrelacionado, [figura 4.1(a)] y no hay señal de orden en el factor de estructura [figura 4.1(e)].

(ii)**Flujo esméctico** ($F_p < F < F_t$): El movimiento se organiza en canales "elásticos" que son casi paralelos y separados por una distancia $\sim a_0$, ver la figura 4.1(b). Picos "esmécticos" pequeños y anchos aparecen en $S(\mathbf{k})$ para $\mathbf{k}\cdot\mathbf{F} = 0$ [figura 4.1(f)]. Hay saltos "activados" de panqueques entre canales. A lo largo de la dirección c los canales tienden a alinearse colocándose uno encima del otro entre planos vecinos.

(iii)**Sólido transversal** ($F_t < F < F_s$): Hay canales bien definidos en todos los planos y los panqueques no saltan entre canales [figura 4.1(c)]. El factor de estructura tiene picos esmécticos agudos y aparecen pequeños picos "longitudinales" ($\mathbf{k}\cdot\mathbf{F} \neq 0$) [figura 4.1(g)]. La ubicación de los canales está correlacionada en la dirección del eje-c.

(iv)**Sólido coherente** ($F > F_s$): Los canales se vuelven mas derechos con pequeñas desviaciones transversales [figura 4.1(d)]. $S(\mathbf{k})$ muestra picos bien definidos para todo $\mathbf{k}$ en la red recíproca [figura 4.1(h)]. Las fases dinámicas (i)-(iii) son similares a las encontradas previamente en films superconductores delgados bidimensionales [92], presentadas en el capítulo anterior, en cuanto se refiere al comportamiento intra-plano.

4.3.2 Correlaciones estructurales y dinámicas sobre los planos

Las fuerzas características F_c, F_p, F_t, F_s que separan las diferentes fases dinámicas son obtenidas del análisis de las correlaciones estructurales y dinámicas en los planos. En la figura 4.2 mostramos el factor de estructura intra-plano y las fluctuaciones temporales, obtenidas en la misma forma que en 2D [92] en el capítulo 3. En la figura 4.2(a) graficamos la velocidad promedio

$$V = \langle V_y(t) \rangle = \langle \frac{1}{N_v N_l} \sum_{n,i} \frac{dy_{ni}}{dt} \rangle, \tag{4.2}$$

en la dirección de la fuerza como función de F y su correspondiente derivada dV/dF (resistencia diferencial). La fuerza F_p corresponde al pico en la resistencia diferencial. También vemos un segundo máximo pequeño en dV/dF para una fuerza entre F_t y F_s [97]. En la figura 4.2(b) graficamos la magnitud de los picos en el factor de estructura intra-plano. Mostramos la altura del pico en $G_1 = 2\pi/a_0\hat{x}$, correspondiente al ordenamiento esméctico, y el promedio de la altura de los picos correspondientes a ordenamiento longitudinal en $\mathbf{G}_2 = \pm 2\pi/a_0(1/2, \sqrt{3}/2)$ y $\mathbf{G}_3 = \pm 2\pi/a_0(-1/2, \sqrt{3}/2)$. Vemos que en F_p el pico esméctico crece desde cero, en F_t alcanza un valor casi constante y luego en F_s tiene un pequeño salto. El pico longitudinal tiene un valor finito pequeño para fuerzas por encima de F_p, y sólo en F_s muestra un incremento significante hacia un valor grande. Comparando con los resultados del capítulo 3 en 2D [92], podemos hacer la razonable suposición de que para $F_p < F < F_t$ hay sólo orden esméctico de corto alcance (ya que hay difusión transversal activada entre canales elásticos, ver abajo), para $F_t < F < F_s$ hay probablemente orden esméctico de cuasi-largo alcance pero orden longitudinal de corto alcance. Lo que es novedoso, comparando con el caso de films bidimensionales [92] del capítulo 3, es que por encima de una fuerza F_s hay una intensidad apreciable de orden longitudinal. Ésto podría corresponder ya sea a una fase cristalina en movimiento (si hay orden de largo alcance) o a un vidrio de Bragg en movimiento (si hay orden de cuasilargo-alcance) [30, 31, 32, 64]. Hemos verificado que, para un dado $F > F_s$, hay tanto orden longitudinal como transversal para tamaños de sistema de $N_v \times N_l = 36 \times 5, 64 \times 8, 100 \times 8, 100 \times 10$. Sin embargo, un análisis de tamaño detallado no es posible con estas pocas muestras.

Complementamos ahora nuestra discusión de la física intra-plano con el estudio de las fluctuaciones temporales, las cuales son mostradas en la figura 4.2(c). Calculamos el coeficiente de difusión transversal de los vórtices desde la posición del centro de masa de los mismos $(\bar{X}_n, \bar{Y}_n)$, $\frac{1}{N_v N_l} \sum_i [x_i(t) - \bar{X}_{n_i}(t) - x_i(0) + \bar{X}_{n_i}(0)]^2 \approx D_x t$. Encontramos que D_x es máximo en F_p en coincidencia con el pico en dV/dF. Por

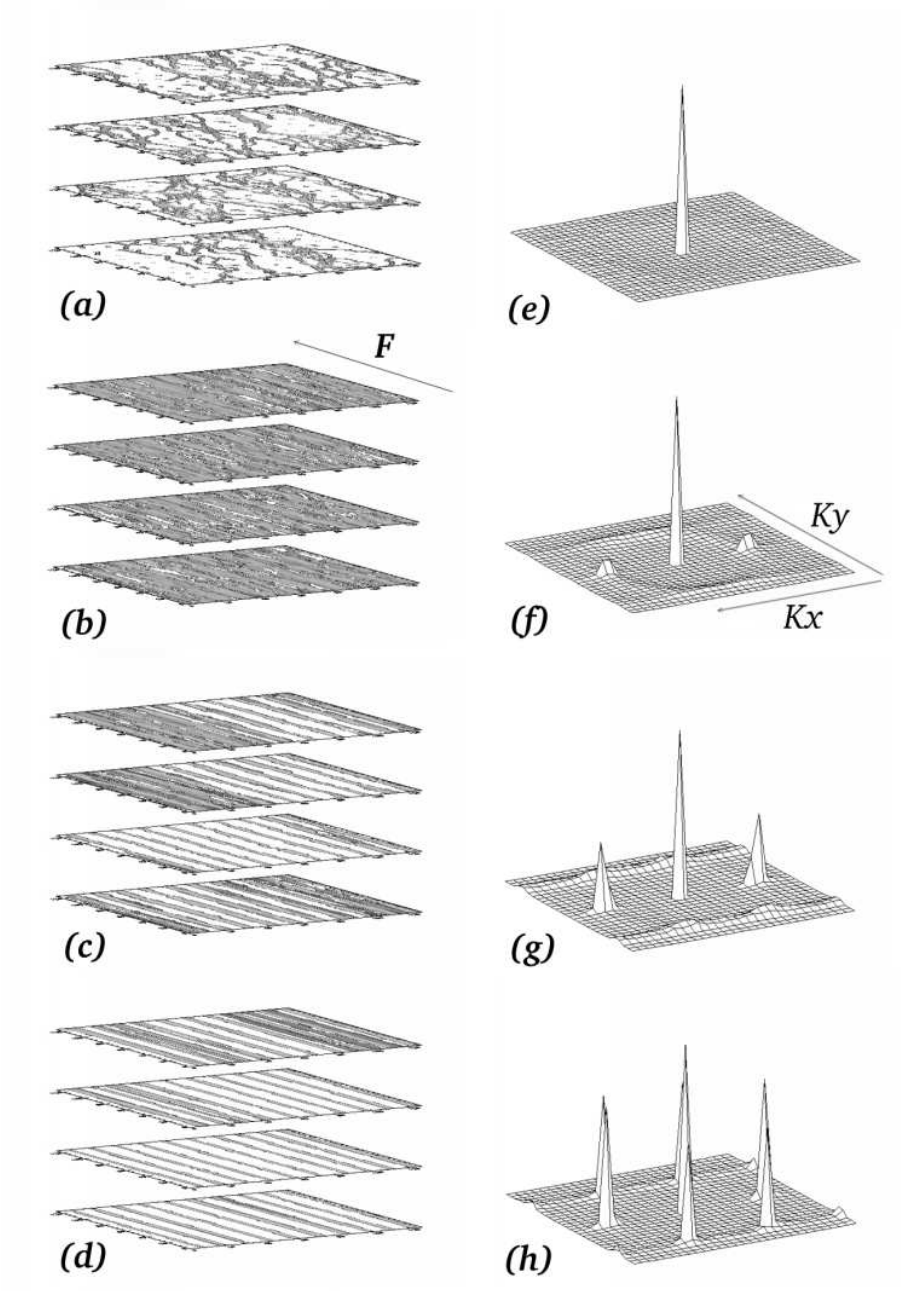


Figura 4.1: Trayectorias de panqueques en las primeras cinco capas: (a) F=0.6, (b) F=1.1, (c) F=2.0. (d) F=3.9. Grafico de superficie de intensidad del factor de estructura intra-plano promediado $S(\mathbf{k})$: (e) F=0.6, (f) F=1.1, (g) F=2.0. (h) F=3.9.

debajo de F_p la difusión ocurre a través de la intrincada red de canales plásticos, por encima de F_p a través de saltos activados entre canales elásticos. D_x cae abruptamente a cero en F_t, indicando que los desplazamientos transversales están localizados en la fase del *sólido transversal* [92]. El desplazamiento longitudinal desde el centro de masa $\langle[\Delta y(t)]^2\rangle = \langle[y_i(t) - \bar{Y}_{n_i}(t) - y_i(0) + \bar{Y}_{n_i}(0)]^2\rangle$ es superdifusivo para $F < F_s$, similar a lo observado en 2D [92], en el capítulo 3. Para $F > F_s$ los desplazamientos longitudinales se congelan en un valor constante $\langle[\Delta y(t)]^2\rangle < a_0/N_l$, como se muestra en Fig.4.2(c). Como los desplazamientos intra-plano están localizados y hay picos de Bragg transversales y longitudinales grandes, llamamos a esta fase *sólido coherente*.

4.3.3 Ordenamiento dinámico y fluctuaciones en el eje-c

Discutimos ahora como el ordenamiento a lo largo del eje-c toma lugar. Analizamos la función de distribución de pares:

$$g(\rho, n) = \frac{L_x L_y}{N_v} \langle \sum_{i \neq j} \delta(\rho - \rho_{ij}) \delta_{n,n_{ij}} \rangle. \tag{4.3}$$

A partir de $g(\rho, n)$ definimos una función de correlación a lo largo del eje-c

$$C_z(n) = \lim_{\rho \to 0} g(\rho, n). \tag{4.4}$$

Orden de corto alcance estará dado por un valor finito de $C_z(n = 1)$, significando que panqueques de planos vecinos están acoplados y una "línea de vórtice" puede por tanto ser definida. En principio, un decaimiento exponencial $C_z(n) \sim \exp(-n/\xi_z)$ definiría una longitud de correlación para la línea de vórtice [94]. Por otro lado, orden de largo alcance estará dado por $C_z(n \to \infty) \to C_z^{\infty} > 0$. (Por supuesto, orden de cuasilargo-alcance es también posible, dando un decaimiento de ley de potencia a $C_z(n)$). En la figura 4.2(a) mostramos $C_z(n)$ como función de F para $n = 1, 2, 3, 4$. Vemos que en F_p aparece orden de corto alcance a lo largo del eje-c con un valor finito de $C_z(n = 1)$. A fuerzas más altas, entre F_p y F_t, $C_z(n > 1)$ comienza a crecer. La ausencia de correlaciones para $F < F_p$ significa que el movimiento de panqueques es completamente aleatorio y descorrelacionado entre diferentes planos. Proponemos entonces que el régimen de flujo plástico corresponde a un *gas de panqueques*. Por encima de F_p, en el régimen de flujo esméctico, es posible definir una línea de vórtice con correlaciones de corto alcance a lo largo del eje-c. Como sobre los planos hay saltos entre canales elásticos (i.e., corte y reconexión de líneas de vórtice) podríamos considerar a esta fase como un *líquido de líneas* enredado. Por encima de F_t, $C_z(n)$ es finito para todos los n considerados y tiende a saturar incrementando n (aquí sólo podemos considerar hasta $n = N_l/2 = 4$). Esto indica que las líneas de vórtice se vuelven mas rígidas por encima de F_t.

Hemos analizado también la correlación en el eje-c entre densidades de vórtices promediadas temporalmente. Primero definimos la densidad instantánea de vórtices,

$$\rho_v(\mathbf{r}, n, t) = \frac{1}{N_v} \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ni}(t)) \tag{4.5}$$

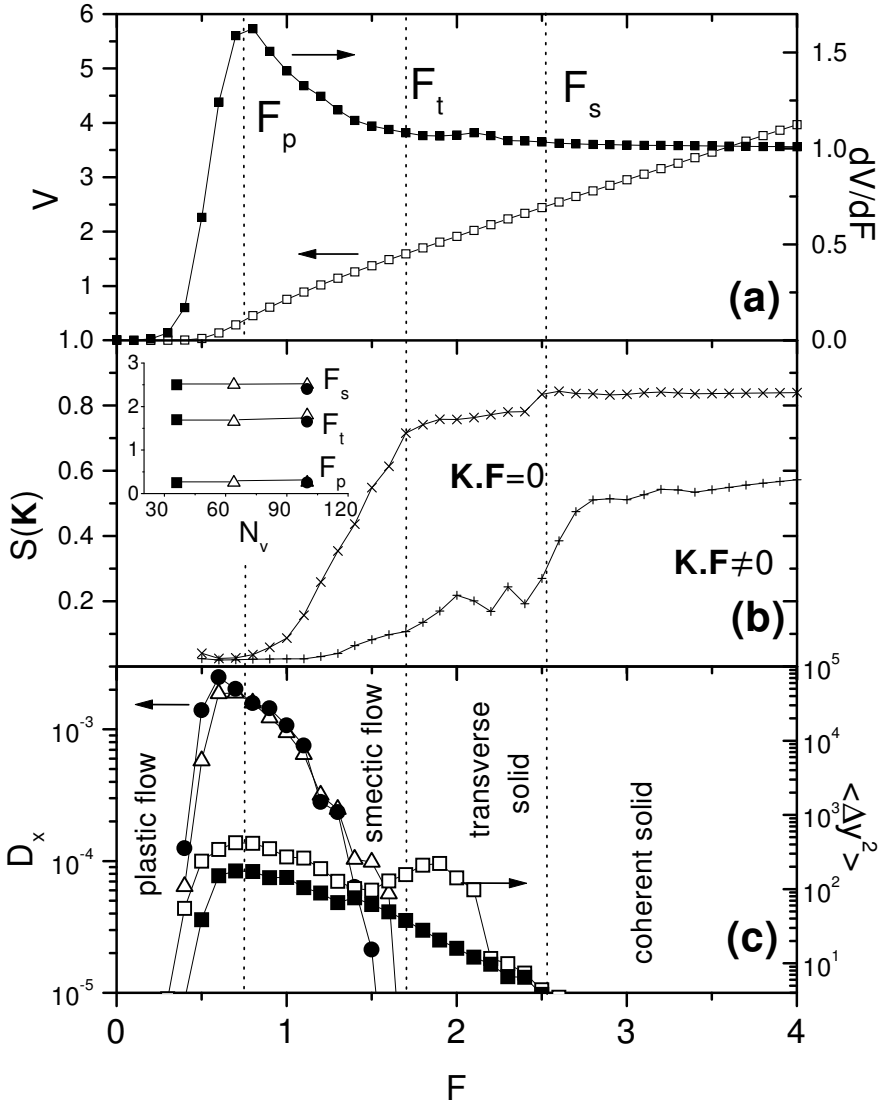


Figura 4.2: (a) Curva velocidad-fuerza, escala izquierda, símbolos negros, dV/dF (resistencia diferencial), escala derecha, símbolos blancos. (b) Intensidad de los picos de Bragg. Para orden esméctico $S(G_1)$, $K_y = 0$, símbolos ($\times$). Para orden longitudinal $S(G_{2,3})$, $K_y \neq 0$, sbolos ($+$). El inset muestra las fuerzas características F_p, F_t, F_s vs N_v para $N_l = 5$ ($\blacksquare$), $N_l = 8$ ($\triangle$) y $N_l = 10$ planos ($\bullet$). (c) Coeficiente de difusión para el movimiento transversal D_x, ($\triangle$) para $N_v \times N_l = 64 \times 8$, y ($\bullet$) para $N_v \times N_l = 100 \times 10$, escala izquierda. desplazamientos longitudinales $\langle[\Delta y(t)]^2\rangle$ para un dado t como función de F, ($\square$) para $N_v \times N_l = 64 \times 8$, y ($\blacksquare$) para $N_v \times N_l = 100 \times 10$, escala derecha.

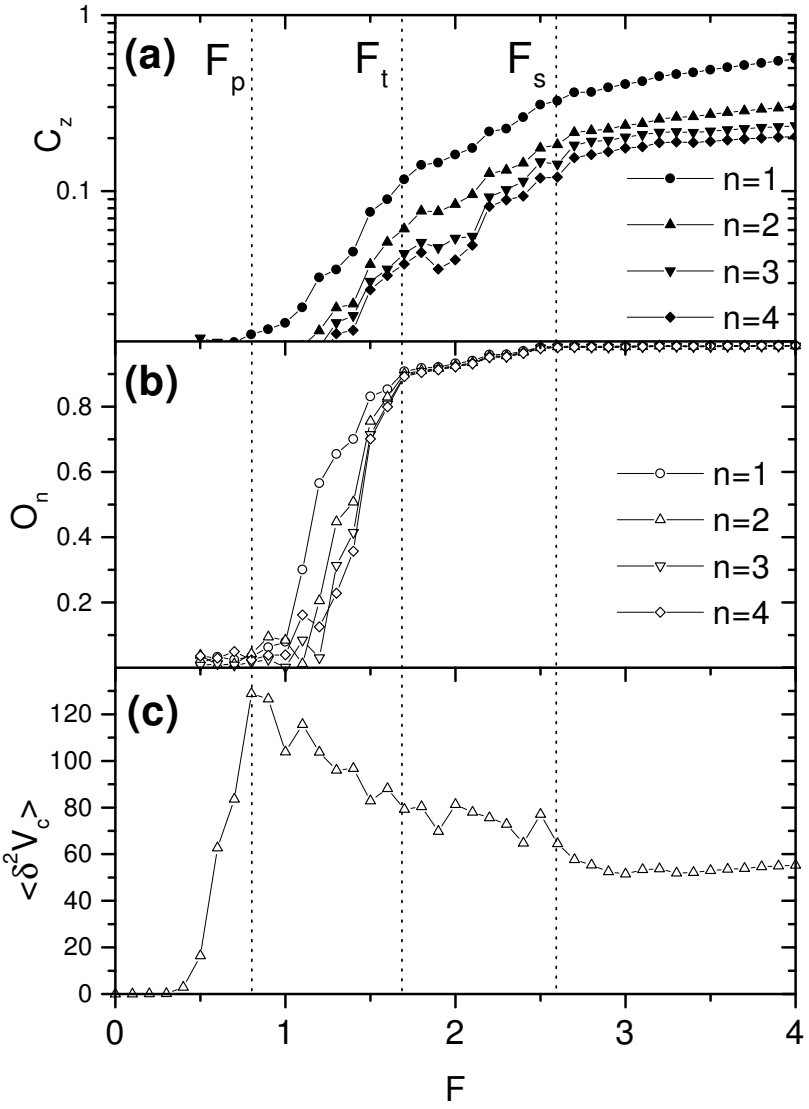


Figura 4.3: (a) Solapamiento de trayectorias en la dirección c $C_z(n)$ vs F para distancias entre planos $n = 1, 2, 3, 4$. (b) Parámetro de correlación en la dirección c O_n vs F para distancias entre planos $n = 1, 2, 3, 4$. (c) Fluctuaciones del voltage en la dirección c $\langle \delta^2 V_c \rangle$ vs F.

aproximada en la simulación como el histograma de posiciones en una grilla de cuadrados de ancho $\Delta r = a_0/2$ (los resultados no varían mucho para $\Delta r = a_0/4$). Las regiones donde la densidad promedio $\langle \rho_v(\mathbf{r}, n)\rangle$ es grande definen los caminos del movimiento en estado estacionario. Podemos por tanto calcular la función de solapamiento de trayectorias de vórtices entre diferentes planos como

$$O_n = C_\rho(n)/C_\rho(0), \tag{4.6}$$

con

$$C_\rho(n) = \frac{L_x L_y}{N_l}\left[\sum_m \int d\mathbf{r}\langle\rho_v(\mathbf{r}, m)\rangle\langle\rho_v(\mathbf{r}, m+n)\rangle\right] - 1. \tag{4.7}$$

Ésto se muestra en la figura 4.3(b). Vemos que O_n también empieza a crecer en F_p. Para $F_p < F < F_t$, tenemos algo de solapamiento de canales elásticos que decrece incrementando n, consistente con la imagen del líquido de líneas enredado. Notablemente, en F_t la función de solapamiento O_n se vuelve independiente de n. Ésto significa que hay acoplamiento de largo alcance en el eje-c entre los caminos definidos en cada plano por los canales elásticos. Cuando los desplazamientos transversales se localizan en la dirección x, ellos también se localizan en la dirección c. Por lo tanto, el congelamiento de los desplazamientos transversales sobre los planos ocurre simultáneamente con un desenredo transversal de líneas de vórtice en F_t. En la figura 4.4 mostramos dos configuraciones instántaneas de panqueques, una correspondiente al régimen de flujo plástico 4.4(a) y la otra al régimen del sólido transversal 4.4(b). Podemos apreciar cualitativamente como se definen bien las líneas de vórtice aumentando la velocidad.

Un resultado también muy interesante es que encontramos $O_n \approx 1$ por encima de F_s, i.e., un acoplamiento perfecto de canales elásticos en el eje-c (dentro de la escala $\sim a_0/4$). Otro punto importante de considerar es la correlación en las velocidades de los vórtices. Si los vórtices en diferentes planos se mueven a diferentes velocidades, ellos inducirán una diferencia de voltaje Josephson a lo largo del eje-c dada por

$$V_{n,n+1}(\mathbf{r}, t) = \frac{\Phi_0}{2\pi c}\frac{d}{dt}\phi_{n,n+1}(\mathbf{r}, t), \tag{4.8}$$

donde $\phi_{n,n+1}$ es la diferencia de fase superconductora entre los planos n y $n+1$. Una buena aproximación para panqueques en posiciones $\mathbf{r}_{n,i}$ es escribir

$$\phi_{n,n+1}(\mathbf{r}, t) = \sum_i [f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n,i}) - f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n+1,i})] \tag{4.9}$$

con $f(\mathbf{r}) \approx \arctan(x/y)$. Podemos entonces estimar las fluctuaciones de voltaje en el eje-c como

$$\langle \delta^2 V_c\rangle = \sum_n \int [\langle V^2_{n,n+1}(\mathbf{r}, t)\rangle - \langle V_{n,n+1}(\mathbf{r}, t)\rangle^2] d\mathbf{r} \approx$$
$$A\sum_n [\langle \mathbf{V}_n^2\rangle - \langle \mathbf{V}_n\rangle^2] - [\langle \mathbf{V}_n \cdot \mathbf{V}_{n+1}\rangle - \langle \mathbf{V}_n\rangle \cdot \langle \mathbf{V}_{n+1}\rangle]; \tag{4.10}$$

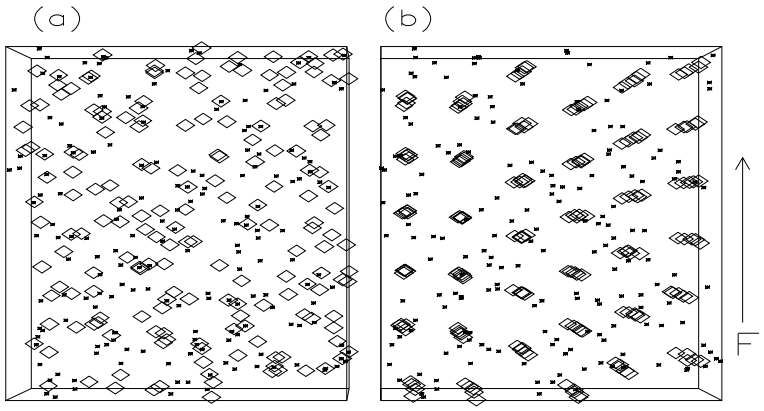


Figura 4.4: Configuración instantánea típica de panqueques en el régimen de flujo plástico (a) y en el régimen del sólido transversal (b).

con $\mathbf{V}_n(t) = \frac{1}{N_v}\sum_i \mathbf{v}_{n,i}(t)$, y la constante $A \sim \log\Lambda$ si $L > \Lambda$ o $A \sim \log(L)$ sino. Es claro que $\langle\delta^2 V_c\rangle = 0$ para panqueques moviéndose con la misma velocidad en todos los planos. Vemos en Fig.4.3(c) que las fluctuaciones de voltaje tienen un máximo en F_p. Para $F > F_p$, $\langle\delta^2 V_c\rangle$ decrece, y por encima de F_s alcanza un valor casi independiente de F. El hecho de que $\langle\delta^2 V_c\rangle$ no se anule por encima de F_s es consistente con el resultado de que $C_z(n) < 1$ para todos los valores de F en la figura 4.3(a). En otras palabras, mientras que los desplazamientos transversales están fuertemente correlacionados a lo largo de la dirección c para fuerzas altas [figura 4.3(b)], los desplazamientos longitudinales en diferentes planos están correlacionados débilmente.

4.4 Discusión

4.4.1 Efecto del acoplamiento magnético entre planos

Es interesante analizar el hecho de que en tres dimensiones la fase de alta velocidad es un sólido coherente de líneas rígidas. Si no hubiera acoplamiento entre planos el régimen de alta velocidad en cada plano sería un sólido transversal. El sólido coherente de líneas rígidas es entonces una fase *propia* de tres dimensiones. Una cuestión importante es entonces entender por qué el acoplamiento en el eje c hace estable al sólido coherente. Cualitativamente ésto se podría explicar teniendo en cuenta que el *volumen de correlación dinámico* de Larkin y Ovchinikov puede crecer, en tres dimensiones, también en la dirección c (a diferencia del caso bidimensional). Ésto da lugar a una disminución mucho mas rápida con la velocidad de la amplitud efectiva de la fuerza de anclaje, comparada con el caso bidimiensional. Por lo tanto los esfuerzos cortantes responsables de la plasticidad del sólido transversal son de menor amplitud y podrían ser soportados elásticamente por la red, dando lugar al sólido coherente de líneas rígidas. Otro efecto a tener en cuenta es que los panqueques en un superconductor laminar interactuán atractivamente con una cantidad muy grande de panqueques de planos vecinos. Esto se debe a que la interacción en el eje-c decae en la longitud característica $\lambda_\parallel$ y típicamente $s \ll \lambda_\parallel$, con s la

separación entre planos. Para los parámetros de BSCCO por ejemplo, ésto significa que un panqueque interactúa apreciablemente con panqueques de cientos de planos vecinos. Como las fuerzas de anclaje en cada plano están descorrelacionadas (i.e. panqueques de distintos planos experimentan en su movimiento fuerzas de anclaje muy diferentes) las fuerzas de interacción inter-plano contribuyen con componentes fluctuantes incoherentes sobre el movimiento de cada panqueque. Este efecto de desorden dinámico, por ser similar a un efecto térmico, podría tener la propiedad de reducir o suavizar el anclaje efectivo sobre cada panqueque, comparado con el caso bidimensional.

El modelo utilizado en este capítulo para simular superconductores laminares fuertemente anisotrópicos tiene serias limitaciones desde el punto de vista computacional, ya que las interacciones entre panqueques son de largo alcance y el decaimiento de las mismas en la dirección **z**, si bien es exponencial, involucra a cientos de planos vecinos. Uno debería por tanto simular una cantidad muy grande de panqueques interactuantes para tener una estadística razonable. Esta gran dificultad computacional motivó la propuesta, para el caso estático, de un modelo donde la interacción entre panqueques de distintos planos es reemplazada por un campo medio autoconsistente. El campo medio se incorpora como un potencial de "sustrato" sobre los panqueques de un plano [98]. Ésto tiene claras ventajas computacionales ya que uno termina simulando un sistema bidimensional con un potencial de sustrato determinado autoconsistentemente. La base de la aproximación de campo medio es el despreciar las correlaciones temporales en el eje-c, lo que es razonable para la situación de equilibrio. Aunque no es evidente que esta aproximación sea buena en la situación de no equilibrio, sería interesante investigar la posibilidad de extender este método al caso dinámico definiendo un potencial de sustrato quieto en el sistema de centro de masa de la red impulsada.

4.5 Conclusiones

En conclusión, hemos identificado claramente diferentes fases dinámicas en superconductores laminares en tres dimensiones considerando tanto el ordenamiento sobre los planos como ordenamiento en el eje-c. [97]. Sería deseable tener un análisis de tamaño finito para poder determinar la naturaleza de largo o cuasilargo alcance del orden traslacional en los diferentes casos. Desafortunadamente, tal estudio está fuera de alcance con nuestros actuales recursos computacionales. El comienzo del las correlaciones de corto-alcance en al eje-c podría ser estudiado experimentalmente mediante mediciones de resonancia de plasma [99, 100]. El ordenamiento de largo-alcance a lo largo del eje-c podría ser estudiado mediante mediciones simultáneas de la resistividad ρ_c y mediciones de la respuesta corriente-voltaje sobre los planos [101], la cual debería seguir el comportamiento de $\langle \delta^2 V_c \rangle$.

Parte del trabajo presentado en este capítulo fue publicado en [102] en colaboración con Cynthia Olson y Niels Grønbech-Jensen. Agradecemos las discusiones con L.N. Bulaevskii, P.S. Cornaglia, F. de la Cruz, Y. Fasano, y M. Menghini.

Capítulo 5

Sincronización temporal en redes de vórtices impulsadas

Encontramos escalones de mode-locking en las características corriente-voltaje de redes de vórtices impulsadas con anclaje puntual aleatorio cuando la corriente ac aplicada es paralela o perpendicular a la corriente dc. Para bajas frecuencias hay mode-locking por encima de una amplitud ac finita, mientras que para altas frecuencias hay mode-locking para cualquier fuerza ac pequeña. Esto está correlacionado con la naturaleza del orden temporal longitudinal y transversal en los diferentes regímenes en ausencia de la fuerza ac. El estado sincronizado es un sólido congelado anclado en el sistema de referencia de centro de masa. En el caso de ac longitudinal el desanclaje del escalón muestra flujo plástico e histéresis. Los resultados obtenidos muestran un gran contraste con respecto al caso de anclaje periódico, debido a la naturaleza muy diferente del orden temporal en cada caso.

En este capítulo continuamos con el estudio de los regímenes dinámicos de vórtices en films superconductores delgados del capítulo 3, pero comenzando con el análisis de funciones *respuesta* de los distintos regímenes a distintas perturbaciones. En particular analizamos aquí la respuesta de las curvas velocidad-fuerza ante la acción de una fuerza alterna superpuesta a la continua. El efecto estudiado es uno de *sincronización temporal* entre la fuerza alterna y determinados modos de la red. Mostraremos que esta es otra posible caracterización posible de los regímenes dinámicos de no equilibrio y sus transiciones mediante mediciones de transporte exclusivamente.

5.1 Motivación

En 1971 A. T. Fiory [26] observó escalones en las características corriente-voltaje (IV) de films superconductores con vórtices impulsados por corrientes ac+dc, análogos a los escalones de Shapiro encontrados en junturas Josephson [103]. Los escalones fueron observados para voltajes tales que $2\pi\langle v\rangle/a_0 = (p/q)\Omega$, siendo $\langle v\rangle$ la velocidad promedio de los vórtices, a_0 la periodicidad de la red de vórtices triangular, Ω la frecuencia de la corriente ac externa, y p, q números enteros.

Este es un caso particular de mode-locking, donde una frecuencia interna del sistema (en este caso la frecuencia de "washboard" $\omega_0 = \langle v \rangle 2\pi/a_0$) se fija a un múltiplo racional de la frecuencia externa para un rango finito de corriente continua. Muchos otros sistemas con muchos grados de libertad, como ondas de densidad de carga [104, 105, 106, 107, 108, 109], ondas de densidad de espín [110], redes de junturas Josephson [111] y superconductores con arreglos periódicos de anclaje [112, 113, 114], también exhiben comportamiento de mode-locking experimentalmente. Recientemente, Harris *et al.* [115] observó los escalones de Fiory en compuestos YBCO y encontró que éstos desaparecían cuando la línea de fusión de la red de vórtices era atravesada. Históricamente, el experimento de Fiory motivó los trabajos pioneros de Schmid and Hauger [24] y de Larkin y Ovchinikov [25] sobre la dinámica de redes de vórtices en movimiento.

En [24, 25] supusieron que a velocidades grandes los vórtices forman una red triangular perfecta sobre la cual el efecto del desorden podía ser tratado perturbativamente y los escalones observados en [26] fueron calculados. En principio el movimiento de una red triangular con período a_0 a velocidad v sentirá el efecto de un potencial débil U_p como una componente ac en su velocidad con frecuencia $\omega_0 = 2\pi\langle v \rangle / a_0$. La interferencia con una fuerza ac con frecuencia Ω conduce naturalmente a escalones de velocidad media constante $V_{p,q} = \frac{p}{q}\frac{a_0}{2\pi}\Omega$. Aún cuando la presencia del anclaje es esencial para este efecto, ni ω_0 ni $V_{p,q}$ dependen de los parámetros del anclaje, sino solamente de la periodicidad a_0. Sin embargo, ahora está claro que ésta imagen simple tiene que ser revisada, ya que en vez de una red triangular perfecta, hay muchas otras fases dinámicas de vórtices impulsados: flujo plástico [51, 56, 59, 60, 61, 62, 63], esméctico en movimiento, vidrio transversal en movimiento, y vidrio de Bragg en movimiento [29, 30, 31, 64]. Estos regímenes han sido observados experimentalmente [52] y en estudios numéricos [42, 45, 51, 62, 63, 70, 72, 92, 102]. Por lo tanto, podría ser de interés estudiar como los escalones de Fiory pueden aparecer en las diferentes fases de vórtices en movimiento. Es más, un pico en el espectro de potencia del ruido del voltaje a la frecuencia de "washboard" ω_0 ha sido recientemente observado experimentalmente en superconductores con corriente dc [53, 116]. Esta es una señal de orden temporal en los estados estacionarios a altas corrientes de los vórtices en movimiento [31, 117]. Nosotros presentamos aquí un estudio numérico de mode-locking para los diferentes regímenes de velocidad de la red de vórtices y su relación con el orden temporal.

Es importante notar que el fenómeno de mode-locking en redes de vórtices con anclaje desordenado presenta dos características importantes que lo distinguen bien del mode-locking en sistemas tales como redes de junturas Josephson, [111] ondas de densidad de carga, [104] o superconductores con anclaje periódico [112, 113, 114]. (i) No hay periodicidad intrínseca, como pasa por ejemplo en redes de junturas Josephson y en superconductores con anclaje periódico. En cambio el orden temporal y la periodicidad son inducidos dinámicamente debido a la interacción vórtice-vórtice, que favorece la formación de una estructura cercana a una red triangular de vórtices a altas velocidades [29, 30, 31, 32, 64]. El orden temporal y la periodicidad es entonces resultado de la dinámica colectiva, a diferencia de superconductores con anclaje periódico donde mode-locking de un sólo vórtice es por

ejemplo posible. (ii) Los desplazamientos de los vórtices son vectores bidimensionales. Esto es una diferencia importante con respecto a los sistemas de ondas de densidad de carga donde el desplazamiento es un escalar.[107, 108, 109] En particular, el comportamiento de los desplazamientos en la dirección perpendicular a la fuerza impulsora muestra fenómenos tales como una corriente crítica transversal [29, 30, 31, 32, 42, 45, 51, 62, 63, 64, 70, 72, 87, 95, 118] y una transición de congelamiento transversal [29, 30, 31, 32, 64, 92] a altas velocidades. Esto abre la interesante posibilidad de estudiar también el mode-locking cuando la fuerza ac es aplicada en la dirección *perpendicular* a la dirección de la fuerza impulsora. Recientemente, ha sido hallado en un arreglo rectangular de anclaje periódico en superconductores [119] y en redes de junturas Josephson [120] que una fuerza ac transversal conduce a un nuevo tipo de mode-locking "transversal".

En este capítulo presentaremos un estudio numérico de mode-locking para los diferentes regímenes de velocidad de la red de vórtices sobre un potencial desordenado, en relación con el orden temporal. Estudiamos el *mode-locking longitudinal*, cuando la corriente ac es paralela a la dc y el *mode-locking transversal*, cuando la corriente ac es perpendicular a la dc.

5.2 Método

Simulamos un film superconductor delgado usando el modelo descripto en sección 1.3.1. Estudiamos la respuesta de la red de vórtices a una fuerza externa ac+dc de la forma

$$\mathbf{F} = F_{dc}\mathbf{y} + F_{ac}\cos(\Omega t)\mathbf{u} \tag{5.1}$$

a $T = 0$, resolviendo la ecuación de movimiento de los vórtices, ec. 1.35 para diferentes valores de F_{ac} y Ω. Consideramos los casos de mode-locking longitudinal $\mathbf{F}_{dc} \parallel \mathbf{F}_{ac}$ ($\mathbf{u} = \mathbf{y}$) y de mode-locking transversal $\mathbf{F}_{dc} \perp \mathbf{F}_{ac}$ ($\mathbf{u} = \mathbf{x}$) separadamente. En la figura 5.1 se muestra la geometría de los dos casos.

Simulamos en ambos casos una densidad de vórtices constante $n_v = 0.04$ en una caja con $L_x/L_y = \sqrt{3}/2$, y $N_v = 64, 100, 144, 196, 256, 400$ (mostramos resultados para $N_v = 256$), y consideramos una amplitud de anclaje débil de $A_p/A_v = 0.05$ (comparada con $A_p/A_v = 0.2$ usada para obtener los resultados del capítulo 3), siendo la densidad de centros de anclaje $n_p = 0.08$. Imponemos condiciones de contorno periódicas en la caja computacional y la interacción de largo-alcance resultante es determinada siguiendo las referencias [74, 96]. Las ecuaciones son integradas usando un paso de tiempo de $\Delta t = 0.001\tau$, los promedios son evaluados durante 131072 pasos después de 3000 pasos para lograr la equilibración (cuando la energía total alcanza un valor medio estacionario).

5.3 Mode-Locking longitudinal: $\mathbf{F}_{dc} \parallel \mathbf{F}_{ac}$

5.3.1 Orden temporal a $F_{ac} = 0$ y mode-locking

Repasemos primero el comportamiento de la red de vórtices para $F_{ac} = 0$. Como vimos en el capítulo 3, incrementando F_{dc} por encima de la fuerza crítica F_c de

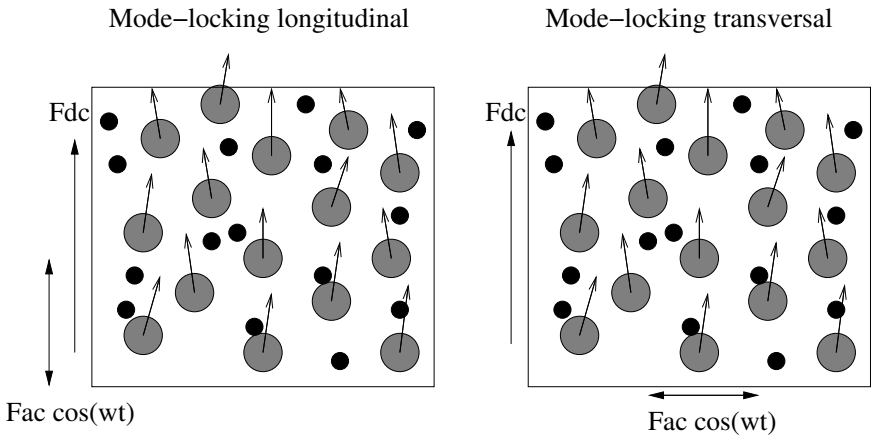


Figura 5.1: Geometrías en la que se estudió la respuesta de mode-locking. A la izquierda se muestra el usual caso de mode-locking longitudinal y a la derecha el novedoso caso de mode-locking transversal.

desanclaje hay tres regímenes dinámicos en el caso $F_{ac} = 0$: flujo plástico para $F_c < F_{dc} < F_p$, flujo esméctico para $F_p < F_{dc} < F_t$, y un sólido transversal para $F_t < F_{dc}$ [92] (ver capítulo 3). Las fuerzas características en el caso considerado aquí son $F_c \approx 0.15$, $F_p \approx 0.6$ and $F_t \approx 1.2$. Como la naturaleza del mode-locking está relacionada con la existencia de orden temporal a la frecuencia de washboard ω_0 analizamos el espectro de ruido del voltaje

$$S_y(f) = \left| \frac{1}{T} \int_0^T dt (V_y(t) - V) \exp(i2\pi f t) \right|^2 \tag{5.2}$$

en cada régimen dinámico. En los insets de la figura 5.2(a-c) mostramos las densidades espectrales correspondientes a cada régimen e indicamos la correspondiente frecuencia de washboard ω_0. En el inset de la figura 5.2(a) vemos que no hay orden temporal a la frecuencia de washboard , y sólo se observa el ruido de banda ancha típico de flujo plástico [59, 60, 116]. Para el régimen de flujo esméctico, en el inset de la figura 5.2(b) vemos que hay un pico pequeño y ancho en ω_0. Sólo a fuerzas impulsoras grandes, $F > F_t$, en el régimen de flujo del sólido transversal aparecen picos bien desarrollados a la frecuencia de washboard [116] y armónicos (ver el inset de la figura 5.2(c)).

Ahora estudiaremos como responde cada uno de estos regímenes dinámicos, con la red moviéndose a velocidad $V = V(F_{dc})$, a una fuerza ac superpuesta $F_{ac}\cos(\Omega t)$, para distintos valores de F_{ac}, fijando el valor de Ω. Esperamos obtener el escalón principal de interferencia ($p = q = 1$) cuando $V = V_{step} = \Omega a/2\pi$ (*i.e.*, $\Omega = \omega_0$) si hay mode-locking. Por lo tanto podemos escoger los valores de Ω de tal forma que el escalón esperado, $V_{step} = \Omega a/2\pi$, corresponda a velocidades V pertenecientes a un dado régimen dinámico del límite $F_{ac} = 0$. Cada simulación se comienza con una red triangular ordenada moviéndose desde una velocidad $\langle v_y \rangle \approx 0.975\Omega a/2\pi$, hasta $\langle v_y \rangle \approx 1.025\Omega a/2\pi$ incrementando lentamente la fuerza dc F_{dc} de a pasos $\Delta F_{dc} = 0.001$. Para frecuencias Ω bajas, para las cuales tenemos flujo plástico

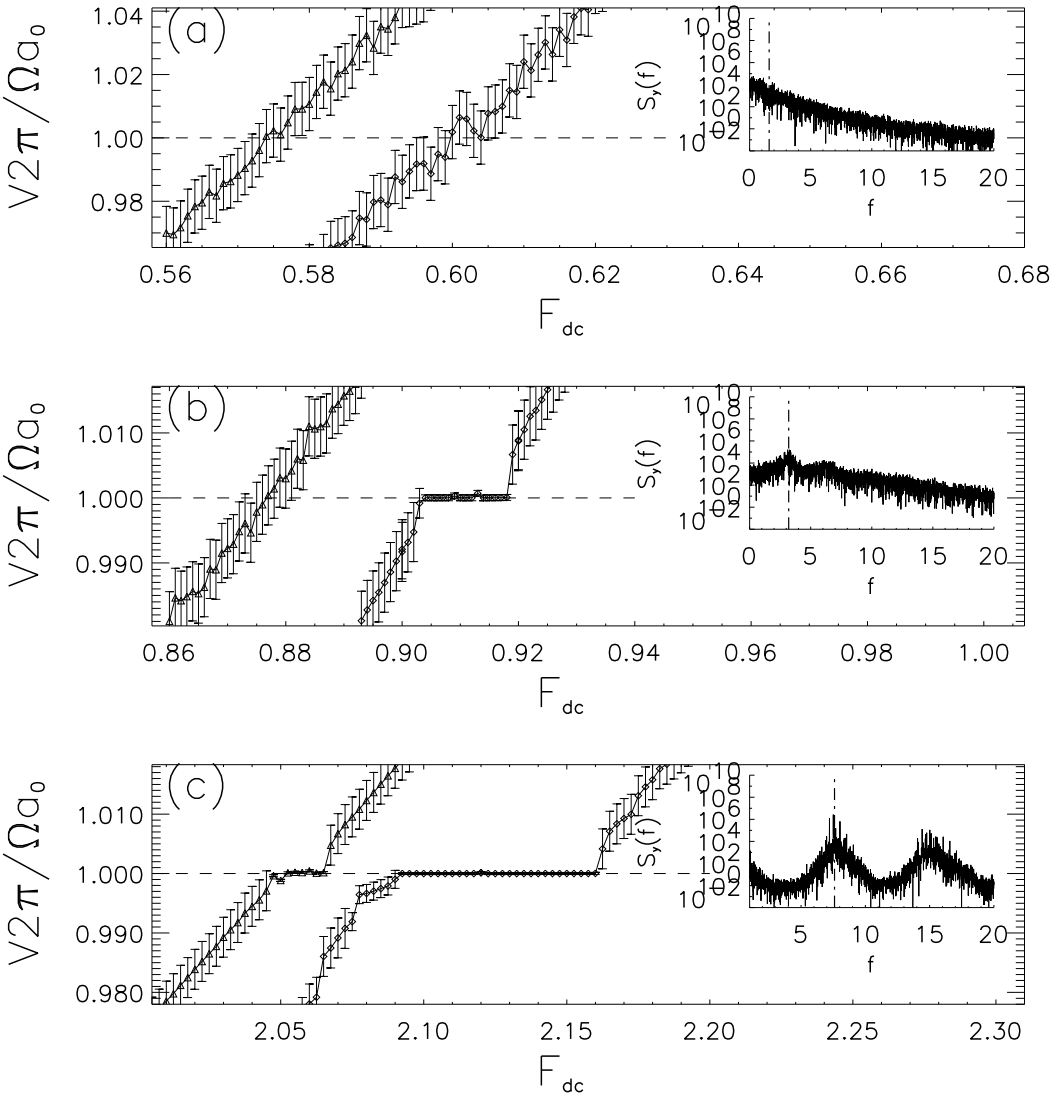


Figura 5.2: Curva velocidad-fuerza alrededor de la condición principal de interferencia $V = \Omega a_0/2\pi$ para tres frecuencias externas típicas Ω. Cada caso muestra resultados para dos valores de la amplitud alterna F_{ac} (las curvas fueron desplazadas en F_{dc} por claridad). Los insets muestran los espectros de potencia del voltaje correspondientes a $F_{ac} = 0$ y $V \approx V_{step}$. La línea a trazos vertical en la densidad espectral indica la frecuencia de washboard. (a) $\Omega = 0.5$, $F_{ac} = 0.4$ (izquierda), $F_{ac} = 1.8$ (derecha). (b) $\Omega = 1$, $F_{ac} = 0.4$ (izquierda), $F_{ac} = 3$ (derecha). (c) $\Omega = 2.5$, $F_{ac} = 0.75$ (izquierda), $F_{ac} = 4$ (derecha).

cuando $F_{ac} \to 0$, encontramos que no hay escalones de interferencia en un amplio rango de F_{ac} (como se muestra en la figura 5.2(a) para $F_{ac}/V_{step} < 1$ (curva izquierda) y $F_{ac}/V_{step} > 1$ (curva derecha)). Esto es consistente con la ausencia de orden temporal observada en el inset de la figura 5.2(a) e indica que posiblemente valores muy grandes de F_{ac} son necesarios para producir mode-locking. Para frecuencias Ω intermedias, para las cuales tenemos flujo esméctico cuando $F_{ac} \to 0$, encontramos que no hay escalones para amplitudes pequeñas , $F_{ac}/V_{step} < 1$, mientras que si los hay para $F_{ac}/V_{step} > 1$, como se muestra en la figura 5.2(b) en las curvas izquierda y derecha, respectivamente. Esto significa que el pequeño pico de washboard observado en el inset de la figura 5.2(b) no es lo suficientemente grande para inducir escalones de mode-locking para amplitudes F_{ac} pequeñas. Sin embargo, este orden temporal de corto alcance puede ser amplificado para valores intermedios de F_{ac} dando lugar a escalones en este caso. Para Ω alta, correspondiente al régimen del sólido transversal cuando $F_{ac} \to 0$ encontramos que hay escalones tanto para amplitudes ac pequeñas $F_{ac}/V_{step} < 1$ como para amplitudes ac grandes $F_{ac}/V_{step} > 1$, como podemos observar en la figura 5.2(c). Esto está de acuerdo con la respuesta espectral a $F_{ac} = 0$ observada en el inset de la figura 5.2(c). En este caso, el orden temporal es suficientemente robusto para producir mode-locking aún a pequeños valores de F_{ac}.

5.3.2 Dinámica y estructura en los escalones de mode-locking

Examinemos ahora en detalle la dinámica y el orden estructural dentro y en la vecindad de un escalón mode-locked, en el caso del sólido transversal. En la figura 5.3(a) mostramos una curva $V - F_{dc}$ típica alrededor del escalón. En el inset de la figura 5.3(a) mostramos un análisis de tamaño finito para $N_v = 64$, 100, 144, 196, 256, 400, donde las barras de error son debidas a la dependencia observada del ancho de los escalones en tres realizaciones de desorden distintas. Observamos que para $N_v > 256$ el ancho del escalón tiende a saturar en un valor independiente del tamaño. Para analizar el comportamiento dinámico definimos los desplazamientos cuadráticos medios de los vórtices en las direcciones paralela $w_y(t)$ y perpendicular $w_x(t)$ a la fuerza dc externa, calculados desde la posición del centro de masa $(X_{cm}(t), Y_{cm}(t))$ de la siguiente manera:

$$w_x(t) = \frac{1}{Nv} \sum_i [\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_i(0)]^2 \tag{5.3}$$

y

$$w_y(t) = \frac{1}{Nv} \sum_i [\tilde{y}_i(t) - \tilde{y}_i(0)]^2, \tag{5.4}$$

donde $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - X_{cm}(t)$ y $\tilde{y}_i(t) = y_i(t) - Y_{cm}(t)$. En la figura 5.3(b) mostramos que el promedio temporal de éstas cantidades, $\langle w_x(t) \rangle$ y $\langle w_y(t) \rangle$, como función de F_{dc}. Fuera del escalón observamos que el desplazamiento cuadrático medio transversal (TMD) está limitado $\langle w_x(t) \rangle \ll a_0^2$, mientras que el desplazamiento cuadrático medio longitudinal (LMD) no lo está $\langle w_y(t) \rangle \gg a_0^2$. Esto corresponde a un estado con difusión longitudinal solamente (i.e., un sólido transversal

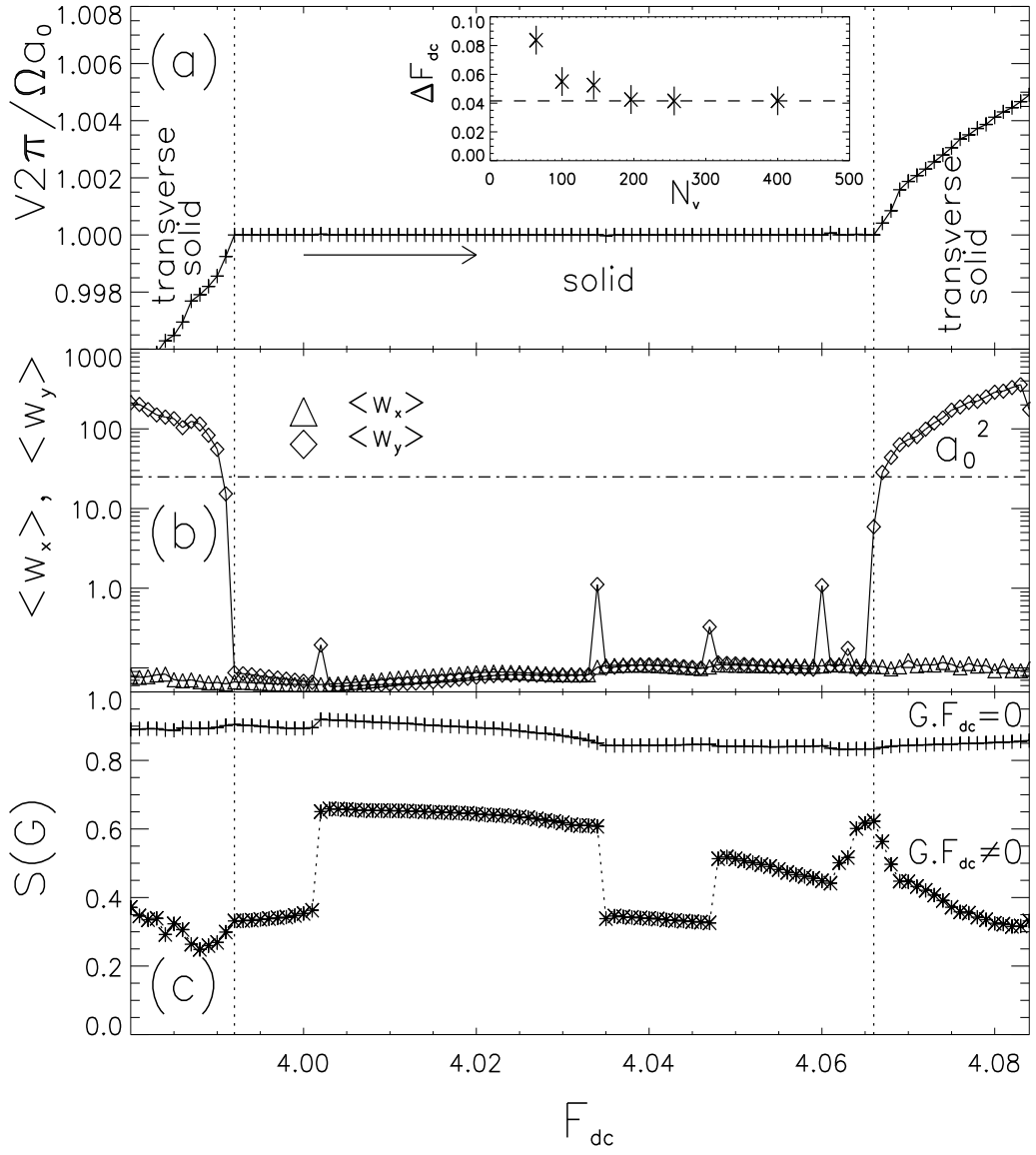


Figura 5.3: (a) Curva velocidad-fuerza alrededor del escaloón principal de interferencia para $\Omega = 5$ y $F_{ac} = 6$. El inset muestra la dependencia de tamaño del ancho del escalón. (b) Desplazamiento cuadrático medio en la dirección longitudinal $\langle w_y(t)\rangle$, símbolos ($\diamond$), y en la dirección transversal $\langle w_x(t)\rangle$, símbolos ($\triangle$). La línea a trazos y punteada indica a_0^2. (c) Intensidad de los picos de Bragg. Para el ordenamiento esméctico $S(G_1)$, $K_y = 0$: símbolos ($+$). Para el ordenamiento longitudinal $S(G_{2,3})$, $K_y = 0$: símbolos ($*$).

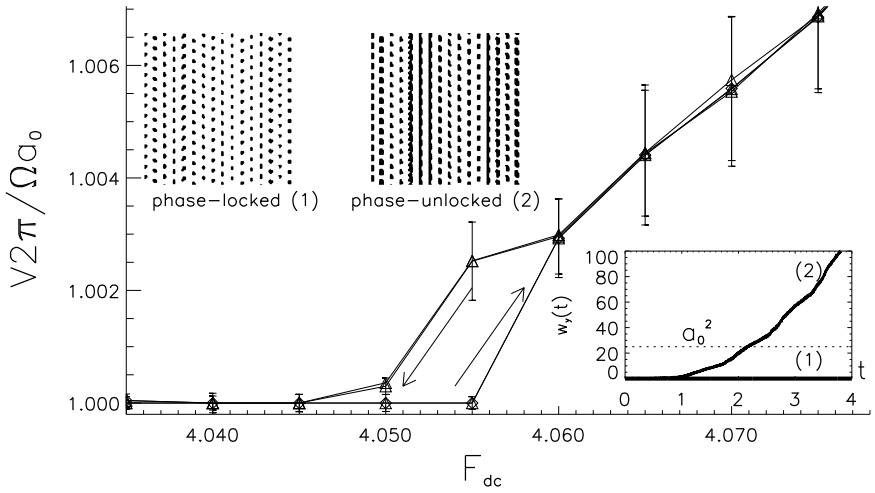


Figura 5.4: Curva velocidad-fuerza alrededor del desanclaje desde el escalón principal para $\Omega = 5$ and $F_{ac} = 6$. El inset superior izquierdo muestra la densidad de vórtices promediada temporalmente típica vista desde una sistema de referencia moviéndose con velocidad $v_{step} = \Omega a_0/2\pi$, para un estado mode-locked $F_{dc} = 4.045$ (izquierda) y para un estado unlocked $F_{dc} = 4.085$ (derecha). El inset inferior derecho muestra los desplazamientos cuadráticos medios longitudinales típicos correspondientes para ambos casos. La línea a trazos indica a_0^2.

[92]). Notablemente, en la transición de sincronización, el LMD se congela en un valor, $\langle w_y(t)\rangle \ll a_0^2$, mientras que el TMD permanece prácticamente constante. Este *congelamiento longitudinal por mode-locking* puede incluso ser observado como una disminución drámatica del ruido de baja frecuencia del voltaje en ambas direcciones. El estado mode-locked es entonces un sólido congelado. Para estudiar el orden traslacional calculamos el factor de estructura como

$$S(\mathbf{k}) = \langle |\frac{1}{N_v}\sum_i \exp[i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i(t)]|^2\rangle. \tag{5.5}$$

En este régimen hay picos esmécticos de magnitud $S_s = S(\mathbf{G}_1)$ con $\mathbf{G}_1 = (\pm 2\pi/a_0, 0)$ y picos longitudinales de magnitud $S_l = (S(\mathbf{G}_2) + S(\mathbf{G}_3))/2$ con $\mathbf{G}_2 = \pm 2\pi/a_0(1/2, \sqrt{3}/2)$ y $\mathbf{G}_3 = \pm 2\pi/a_0(-1/2, \sqrt{3}/2)$. En la figura 5.3(c) graficamos S_s y S_l. No observamos ningún cambio importante en la transición hacia el estado mode-locked. Dentro de los escalones observamos saltos en S_l indicando que hay diferentes estructuras mode-locked metastables. En la figura 5.4 analizamos en detalle el proceso de desanclaje del escalón: mostramos una vista detallada de la curva $V - F_{dc}$ en la transición desde el régimen sincronizado. Variando F_{dc} para atrás y para adelante, observamos un claro ciclo de histéresis. En el inset inferior derecho de la figura 5.4 mostramos la evolución de $w_y(t)$ con el tiempo dentro del escalón y fuera del escalón. Mientras que $w_y(t) \ll a_0$ para todo t dentro del escalón, fuera hay difusión balística $w_y(t) \sim t^2$. Para visualizar la estructura espacial en la transición definimos una densidad de vórtices coarse-grained $\rho'_v(\mathbf{r}, t)$ vista desde un sistema de referencia moviéndose con velocidad V_{step}, de la siguiente manera:

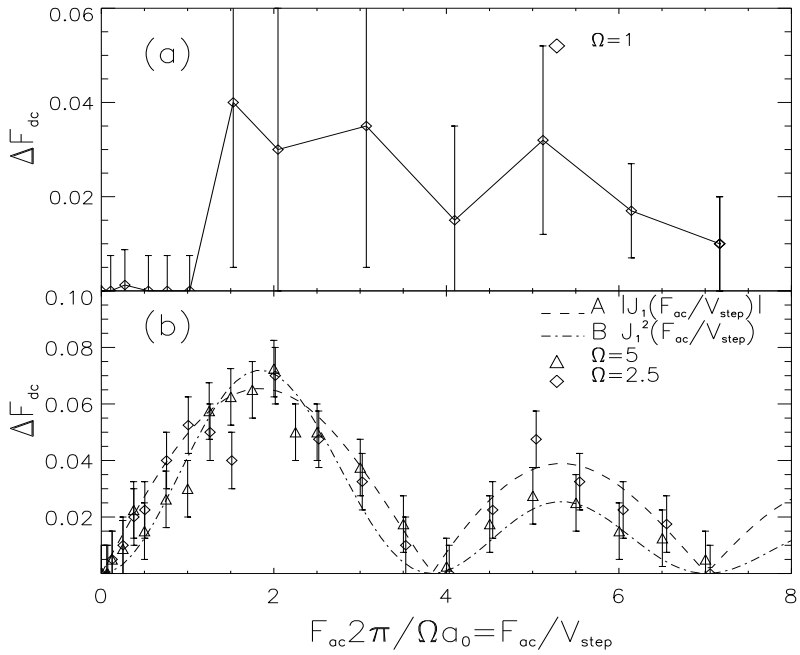


Figura 5.5: Ancho del escalón ΔF_{dc} vs $F_{ac}2\pi/\Omega a_0 = F_{ac}/V_{step}$. (a) $\Omega = 1$. (b) $\Omega = 5$ con símbolos ($\triangle$) y $\Omega = 2.5$ con símbolos ($\diamond$). La línea a trazos muestra un ajuste a $A|J_1(F_{ac}/V_{step})|$ y la línea a trazos y puntos una ajuste a $B|J_1(F_{ac}/V_{step})|^2$.

$$\rho'_v(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{N_v} \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r'}_i(t)), \tag{5.6}$$

donde $\mathbf{r'}_i(t) = \mathbf{r}_i(t) - \mathbf{y}V_{step}t$. Tomamos una escala de coarse-graining $\Delta r < a_0$. En el inset superior izquierdo de la figura 5.4 mostramos el promedio temporal

$$\langle \rho'_v(\mathbf{r}, t) \rangle \tag{5.7}$$

de la densidad, dentro (mode-locked) y fuera (mode-unlocked) del escalón. Esta cantidad muestra las trayectorias estacionarias de los vórtices vista desde un sistema de referencia con velocidad V_{step}. Dentro del escalón vemos que los vórtices están localizados, oscilando alrededor de sus posiciones de equilibrio en una red en movimiento con velocidad V_{step}. Esto está de acuerdo con el sólido mode-locked congelado inferido del resultado mostrado en la figura 5.3(b), el cual está "anclado" en el sistema de referencia con velocidad V_{step}. Justo por arriba del desanclaje del escalón vemos que algunos vórtices se deslocalizan siguiendo trayectorias rectas paralelas a la dirección de la fuerza alrededor de vórtices "anclados", produciendo coexistencia de canales de flujo sincronizados (mode-locked) y desincronizados (mode-unlocked). Esto podría ser interpretado como un desanclaje unidimensional "plástico" del escalón.

5.3.3 Dependencia con amplitud y frecuencia ac

Los escalones de mode-locking en la curva $V - F_{dc}$ pueden ser caracterizados cualitativamente por la dependencia del rango de corriente dc del mode-locking con F_{ac} y Ω, (como fue hecho por ejemplo en [111, 112, 113, 114]).

En la figura 5.5(a-b) mostramos el rango (ancho) ΔF_{dc} para el caso $F_p < F_{dc} < F_t$ y $F_t < F_{dc}$ respectivamente. Las barras de error y los valores medios fueron estimados repitiendo la simulación para tres realizaciones de desorden distintas. En la figura 5.5(a) mostramos ΔF_{dc} for $\Omega = 1$ vs F_{ac}, el cual corresponde al régimen de flujo esméctico para $F_{ac} \to 0$. Vemos que hay mode-locking por encima de un valor crítico finito $F_{ac}/V_{step} \approx 1$ (ver la figura 5.2(b)). Para amplitudes grandes no somos capaces de obtener una dependencia sistemática con la amplitud debida a que los anchos de los escalones dependen fuertemente en la realización de desorden en este caso. En la figura 5.5(b) mostramos ΔF_{dc} para dos frecuencias $\Omega = 2.5, 5$ vs F_{ac}, las cuales corresponden al sólido transversal en el límite $F_{ac} = 0$. Podemos colapsar (aproximadamente) ambas curvas en una sola curva si graficamos ΔF_{dc} vs F_{ac}/V_{step}. Una dependencia $\Delta F_{dc} \sim (1/C_{66})|J_1(F_{ac}/V_{step})|^2$ fue hallada por Schmid and Hauger [24] (también en otros modelos elásticos) donde $V_{step} = a_0\Omega/2\pi$ y C_{66} es el módulo de corte. Este resultado fue obtenido usando un esquema perturbativo en un modelo elástico de la red de vórtices. Notoriamente, nuestros resultados parecen seguir más cercanamente una dependencia de la forma $\Delta F_{dc} \approx A|J_1(F_{ac}/V_{step})|$ siendo A una constante. Esta dependencia es la misma que se encuentra en el problema unidimensional de una juntura Josephson sobreamortiguada o una partícula moviéndose en un potencial periódico. En nuestro caso, una dependencia lineal con F_{ac} de la intensidad de mode-locking intensity sería consecuencia de la existencia de orden temporal en el límite $F_{ac} = 0$. Esto no fue tenido en cuenta en el cálculo perturbativo de Schmid y Hauger [24] donde el mode-locking aparece como un efecto de segundo orden.

5.4 Mode-locking transversal: $\mathbf{F}_{dc} \perp \mathbf{F}_{ac}$

5.4.1 Orden temporal a $F_{ac} = 0$ y mode-locking

En la sección anterior estudiamos el caso de una fuerza ac longitudinal, relacionando la respuesta de mode-locking con el orden temporal en la componente longitudinal de la velocidad. Aquí analizamos ahora el *orden temporal transversal* en el espectro de potencias del voltaje transversal (de las fluctuaciones de la velocidad transversal), los que se muestran en los insets de la figura 5.6. Estos son calculados como

$$S_x(\omega) = \left| \frac{1}{T} \int_0^T dt V_x(t) \exp(i\omega t) \right|^2 \tag{5.8}$$

en los regímenes dinámicos para $F_{ac} = 0$ [92]. El primer régimen por encima de la fuerza crítica de desanclaje F_c es el régimen de flujo plástico ($F_c < F_{dc} < F_p$, $F_c \approx 0.01$, $F_p \approx 0.03$). En este caso encontramos un espectro de banda ancha sin orden temporal [inset de la figura 5.6(a)]. Un comportamiento similar se encuentra en el régimen de "flujo esméctico" ($F_p < F_{dc} < F_t$, $F_t \approx 0.06$), mostrado en el

inset de la figura 5.6(b). Esto es razonable, ya que conocemos que el movimiento transversal es difusivo en ambos regímenes [92]. Sólo para $F_{dc} > F_t$, en el régimen del "sólido transversal" , encontramos una clara evidencia de orden temporal en la velocidad transversal. Esto se ve en el inset de la figura 5.6(c) donde aparecen picos bien desarrollados a la frecuencia de washboard, ω_0, y sus armónicos. Estamos ahora listos para estudiar la respuesta a una fuerza ac superpuesta $F_{ac}\cos(\Omega t)$, para distintos valores de F_{ac}. Para un dado Ω, esperamos que el escalón principal de interferencia ($p = q = 1$) ocurra cuando $V = V_{step} = \Omega a/2\pi$ (*i.e.*, $\Omega = \omega_0$) si hay mode-locking. Entonces, como hicimos en la sección anterior, elegimos los valores de Ω tales que el escalón esperado, $V_{step} = \Omega a/2\pi$, se corresponda a velocidades V pertenecientes a un dado régimen dinámico en el límite $F_{ac} = 0$. Cada simulación se comienza en $\langle v_y \rangle \approx 0.975\Omega a/2\pi$ con una red triangular ordenada hasta valores $\langle v_y \rangle \approx 1.025\Omega a/2\pi$ incrementando lentamente la fuerza dc F_{dc} con $\Delta F_{dc} = 0.00005 - 0.00025$. Hemos elegido ΔF_{dc} tal que $\Delta F_{dc}/F_c \lesssim 0.01$, el cual es suficientemente chico como para obtener un comportamiento independiente del "rate of ramping" de la fuerza dc impulsora en todas las curvas IV. Para Ω bajo, para el cual tenemos flujo plástico cuando $F_{ac} \to 0$, encontramos que no hay escalones de interferencia en un amplio rango de F_{ac} (mostrado en la figura 5.6(a) para $F_{ac}/V_{step} < 1$ (curva izquierda) y $F_{ac}/V_{step} > 1$ (curva derecha)). Para Ω intermedia, para la cual tenemos flujo esméctico cuando $F_{ac} \to 0$, encontramos que no hay escalones para amplitudes pequeñas, $F_{ac}/V_{step} < 1$, mientras que sí hay escalones para $F_{ac}/V_{step} > 1$, como se muestra en la figura 5.6(b) en las curvas izquierda y derecha, respectivamente. Para Ω alta, correspondiente al régimen del sólido transversal cuando $F_{ac} \to 0$, encontramos que hay escalones tanto para pequeños $F_{ac}/V_{step} < 1$ como grandes $F_{ac}/V_{step} > 1$ valores de la amplitud ac , como se puede apreciar en la figura 5.6(c). Encontramos entonces un comportamiento similar al caso de fuerza ac longitudinal [121]. En el presente caso, cuando un régimen dinámico tiene orden temporal transversal, cualquier valor finito pequeño de F_{ac} inducirá mode-locking transversal, mientras que en los regímenes que no tienen orden transversal temporal, un valor finito (crítico) de F_{ac} es necesario para inducir mode-locking transversal.

5.4.2 Trayectorias y respuesta espectral

En la figura 5.7(a) mostramos en detalle una curva $V - F_{dc}$ típica alrededor del escalón de mode-locking transversal. Para visualizar la estructura de las trayectorias en la transición definimos una densidad de vórtices coarse-grained $\rho_v(\mathbf{r}, t)$. Tomamos una escala de coarse-graining $\Delta r < a_0$. En la figura 5.7 (b)-(c)-(d) mostramos el promedio temporal $\langle \rho_v(\mathbf{r}, t) \rangle$ de la densidad para tres valores típicos de F_{dc}, correspondientes a voltajes $V < V_{step}$ (figura 5.7(b)), $V = V_{step}$ (figura 5.7(c)), y $V > V_{step}$ (figura 5.7(d)). En la figura 5.7(b) vemos que dentro de los estados mode-locked los vórtices siguen trayectorias unidimensionales. La forma ondulada de las trayectories es debida, por supuesto, a la fuerza ac transversal. Las figuras 5.7 (e)-(f)-(g) muestran densidades espectrales típicas $S_x(\omega)$ para los tres casos recién mencionados. Vemos que hay uns reducción significante del ancho del pico de washboard dentro del escalón; una señal típica del mode-locking [104].

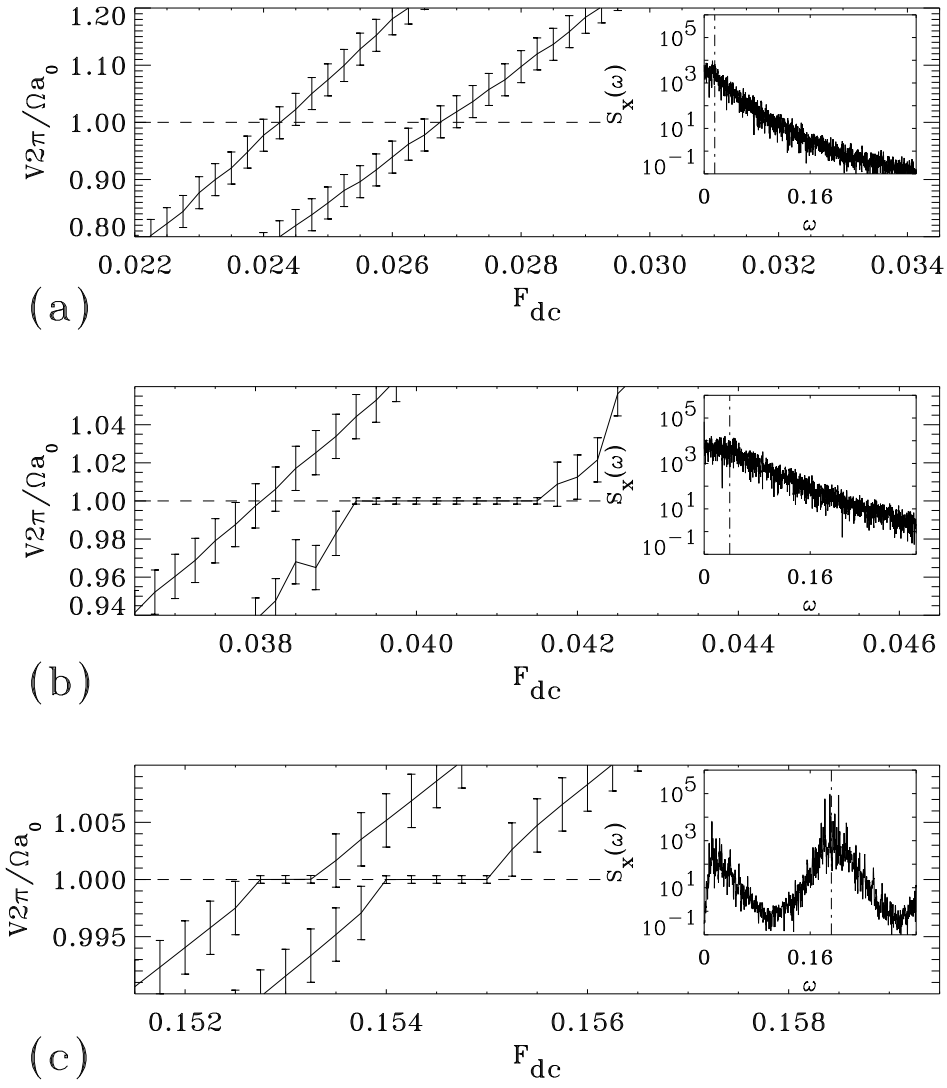


Figura 5.6: Curva velocidad-fuerza alrededor de la condición principal de interferencia $V = \Omega a_0/2\pi$ para tres frecuencias externas típicas Ω. Cada caso muestra resultados para dos valores de amplitud alterna F_{ac} (las curvas fueron desplazadas en F_{dc} por claridad). Los insets muestran los correspondientes espectros de potencia del voltaje para $F_{ac} = 0$ y $V \approx V_{step}$. La línea vertical a trazos en la densidad espectral indica la frecuencia de washboard esperada ω_0. (a) $\Omega = 0.02$, $F_{ac} = 0.01$ (izquierda), $F_{ac} = 0.03$ (derecha). (b) $\Omega = 0.04$, $F_{ac} = 0.02$ (izquierda), $F_{ac} = 0.08$ (derecha). (c) $\Omega = 0.19$, $F_{ac} = 0.09$ (izquierda), $F_{ac} = 0.23$ (derecha).

En la figura 5.8(a) mostramos el ruido de baja frecuencia del voltaje en ambas direcciones, perpendicular P_x y longitudinal P_y a la fuerza dc, definido como $P_{x,y} = \lim_{\omega\to 0} S_{x,y}(\omega)$. Vemos que el ruido de baja frecuencia es reducido dramáticamente dentro del escalón (hay un pico de ruido dentro del escalón que corresponde a una transición entre estructuras sincronizadas diferentes). En la figura 5.8(b) mostramos la fase $\phi(\omega_0)$ de la componente a la frecuencia de washboard de la transformada de Fourier del voltaje longitudinal $\tilde{V}(\omega_0)$, definida como $\tilde{V}(\omega_0) = \sqrt{S_y(\omega_0)}\exp(i\phi(\omega_0))$. Aquí vemos explícitamente que dentro del estado "phase-locked" hay una "phase" bien definida la cual varía dentro del rango $0 \leq \phi \leq \pi$. Hemos analizado los efectos de tamaño finito calculando el rango de phase-locking (ancho del escalón) ΔF_{dc} con el número de vórtices en el rango $N_v = 64 - 400$. En la figura 5.9 mostramos la dependencia en tamaño del ancho del escalón ΔF_{dc} para el escalón correspondiente a $F_{ac} = 0.2$ and $\Omega = 0.19$, donde las barras de error son debidas a la dependencia observada del ancho con tres realizaciones distintas de desorden. Observamos que para $N_v > 256$, ΔF_{dc} tiende a un valor independiente de tamaño.

En la figura 5.10(a-b) mostramos el rango (ancho) ΔF_{dc} para el caso $F_p < F_{dc} < F_t$ y $F_t < F_{dc}$ respectivamente. Las barras de error y los valores medios fueron estimados repitiendo la simulación para tres realizaciones distintas de desorden.

5.4.3 Dependencia con frecuencia y amplitud ac

En la figura 5.10(a) mostramos ΔF_{dc} para $\Omega = 0.04$ vs F_{ac}, el cual corresponde al régimen de flujo esméctico cuando $F_{ac} \to 0$. Vemos que hay mode-locking sólo por encima de un valor finito $F_{ac}/V_{step} \approx 1$ (ver inset de la figura 5.6(a)). En la figura 5.10(b) mostramos ΔF_{dc} para dos frecuencias $\Omega = 0.13, 0.19$ vs F_{ac}, las cuales corresponden al sólido transversal en el límite $F_{ac} = 0$. Podemos colapsar (aproximadamente) ambas curvas en una sola si graficamos ΔF_{dc} vs F_{ac}/V_{step}. Los resultados siguen cercanamente una dependencia de la forma $\Delta F_{dc} \approx A|J_1(F_{ac}/V_{step}\sqrt{3})|$ con A una constante y J_1 la función de Bessel de 1er orden. En el inset de la figura 5.10(b) podemos ver que hay una dependencia lineal de la intensidad de mode-locking con F_{ac}. Esto es muy diferente respecto del mode-locking transversal en sistemas de anclaje periódicos,[119, 84] en los cuales el ancho del escalón sigue una dependencia $\Delta F_{dc} \propto (F_{ac})^2$.

5.5 Discusión

5.5.1 Un modelo simple para describir los escalones

El resultado sorprendente que en el caso de anclaje aleatorio la intensidad de mode-locking tiene una dependencia lineal F_{ac} puede ser explicado como una consecuencia de la existencia del orden temporal en el límite $F_{ac} = 0$. Podemos mostrar ésto con un modelo efectivo muy simple. La red en movimiento puede ser descripta aproximadamente por una ecuación de movimiento para la velocidad $\mathbf{v}$ de su centro de masa,

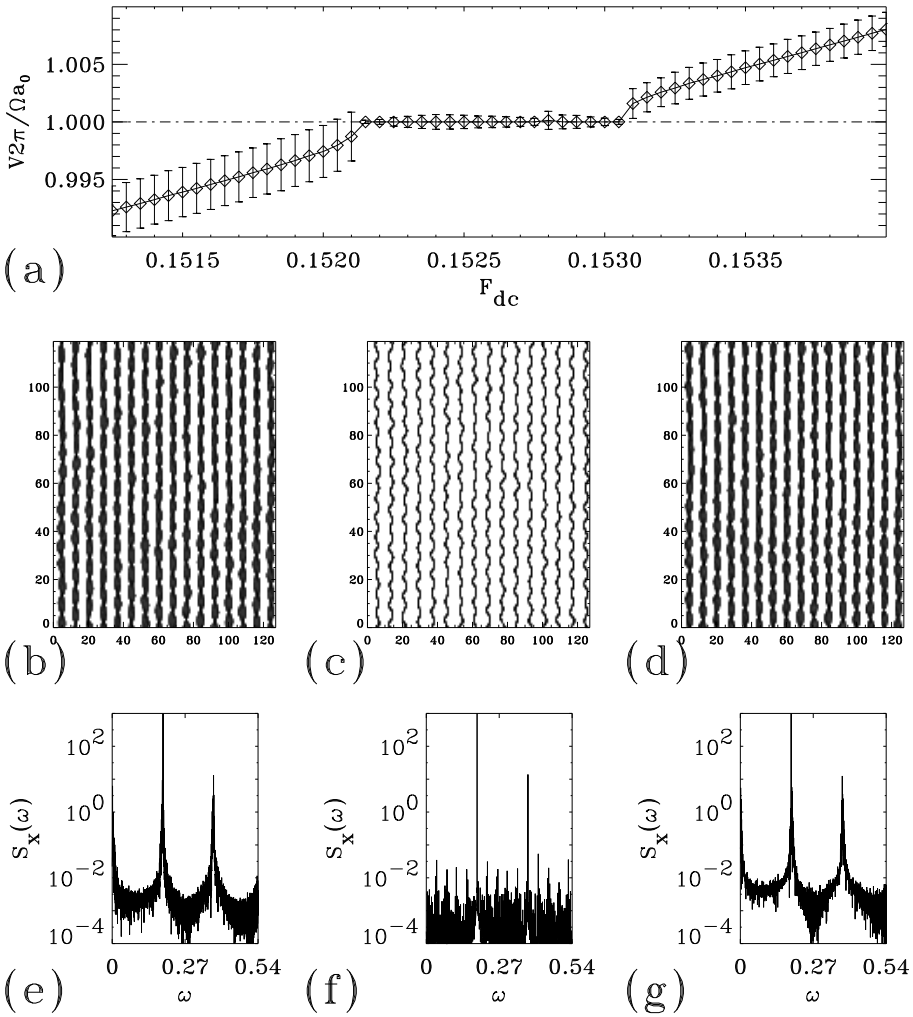


Figura 5.7: (a) Curva velocidad-fuerza alrededor del escalón de interferencia principal para $\Omega = 0.08$ y $F_{ac} = 0.3$. (b)-(c)-(d) Densidad de vórtices coarse-grained promediada temporalmente típica para un estado mode-unlocked por debajo de un escalón, un estado mode-locked state en el escalón, y un estado mode-unlocked state encima del escalón, respectivamente. (c) Espectros de potencia del voltaje típicos para los tres regímenes con corriente ac aplicada.

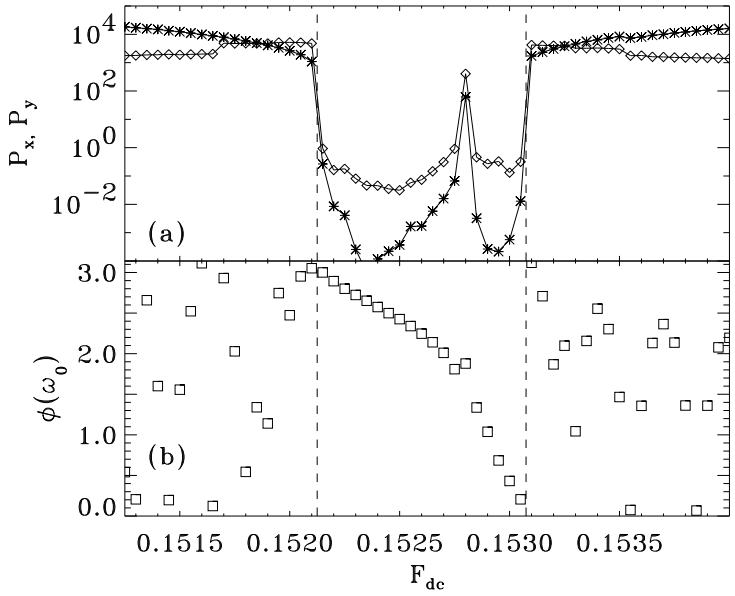


Figura 5.8: (a) Ruido de baja frecuencia del voltaje en la dirección transversal y longitudinal alrededor del escalón de interferencia principal. Las líneas a trazos indican las transiciones de mode-locking. (b) Fase de la componente de Fourier a la frecuencia de washboard del voltaje longitudinal alrededor del escalón.

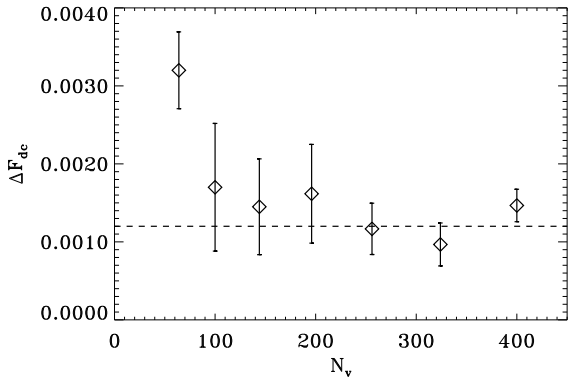


Figura 5.9: Dependencia del ancho del escalón ΔF_{dc} con el número de vórtices N_v, para $F_{ac} = 0.2$ y $\Omega = 0.19$.

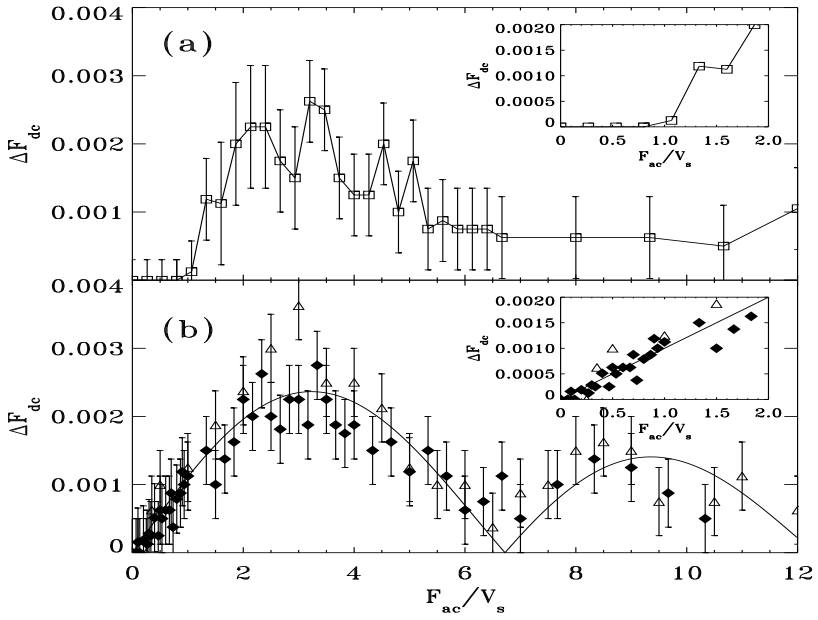


Figura 5.10: Ancho del escalón ΔF_{dc} vs $F_{ac}2\pi/\Omega a_0 = F_{ac}/V_{step}$. (a) $\Omega = 0.04$. (b) $\Omega = 0.13$ con símbolos ($\triangle$) y $\Omega = 0.19$ con símbolos ($\diamond$). la línea sólida muestra un ajuste a $A|J_1(F_{ac}/V_{step}\sqrt{3})|$.

$$\mathbf{v} = \mathbf{F_{dc}} + \mathbf{F_{ac}}\cos(\Omega t) - \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{G} U_{\mathbf{G}} \sin(\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}) \; . \tag{5.9}$$

Las $U_{\mathbf{G}}$ son las componentes de una fuerza periódica efectiva, debida a la interacción entre la red en movimiento casi periódica (con vectores recíprocos $\mathbf{G}$) con los centros de anclaje. Para desorden débil ($U_{\mathbf{G}}$ pequeños) una corrección de primer orden puede ser obtenida suponiendo que, a orden cero,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r_0} + \langle \mathbf{v} \rangle t + \mathbf{F_{ac}} \sin(\Omega t)/\Omega \tag{5.10}$$

Esto da para la velocidad instantánea $\mathbf{v}$ y la velocidad media $\langle \mathbf{v} \rangle$ las siguientes expresiones a primer orden en F_{ac}:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = \mathbf{F_{dc}} \quad - \quad & \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{G} U_{\mathbf{G}} \sin\left[\mathbf{G}.\left(\mathbf{r_0} + \langle \mathbf{v} \rangle t\right)\right] \\ & \left[J_0\left(\frac{\mathbf{G}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega}\right) + 2J_1\left(\frac{\mathbf{G}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega}\right)\sin(\Omega t)\right] \end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{F_{dc}} \quad - \quad & \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{G} U_{\mathbf{G}} \sin(\mathbf{G}.\mathbf{r_0}) \Bigg\{ J_0\left(\frac{\mathbf{G}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega}\right)\delta(\mathbf{G}.\langle \mathbf{v} \rangle) \\ & - \quad 2J_1\left(\frac{\mathbf{G}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega}\right)\delta(\mathbf{G}.\langle \mathbf{v} \rangle - \Omega)\Bigg\} \end{aligned} \tag{5.12}$$

Consideramos ahora una red triangular anisotrópica con uno de sus ejes principales paralelo a $\mathbf{F_{dc}} = \mathbf{y}F_{dc}$, y por simplicidad mantenemos sólo los vectores recíprocos más cortos,

$$\{\mathbf{G}\} = \{\mathbf{g_s}, \mathbf{g_l}, \mathbf{g_l} - \mathbf{g_s}\} \tag{5.13}$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{g_s} &= \mathbf{x}\frac{2\pi}{a_0}\frac{2}{\sqrt{3}} \\ \mathbf{g_l} &= \mathbf{x}\frac{2\pi}{a_0}\frac{1}{\sqrt{3}} + \mathbf{y}\frac{2\pi}{a_0} \end{aligned} \tag{5.14}$$

Entonces, consideramos

$$\begin{aligned} U_{\mathbf{g_l}} = U_l = U_{\mathbf{g_l}-\mathbf{g_s}} + \Delta U_l \\ U_{\mathbf{g_s}} = U_s. \end{aligned} \tag{5.15}$$

Aquí ΔU_l representa una deformación de la red triangular perfecta tal que $\frac{\Delta U_l}{U_l} \ll 1$. U_s y U_l podrían ser relacionados, respectivamente, a los picos del factor de estructura esméctico y longitudinal del sistema de vórtices en movimiento. Apliquemos primero este modelo simple al caso longitudinal $\mathbf{F_{ac}} \parallel \mathbf{F_{dc}}$, discutido en la sección anterior. Escribiendo $\mathbf{F_{ac}} = F_{ac}\mathbf{y}$ obtenemos, de la ecuación (4), la velocidad longitudinal en el límite $F_{ac} = 0$,

$$v_y = -\frac{4\pi U_l}{a_0}\sin\Big[\frac{2\pi}{a_0}(r_0 + \langle v\rangle t)\Big]\,. \tag{5.16}$$

De esta forma obtenemos, de la equación (5), el rango de phase-locking para el primer escalón de interferencia $\Omega = \omega_0$,

$$\Delta F_{dc} = \frac{8\pi|U_l|}{a_0}|J_1(\frac{\mathbf{g_l}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega})| = \frac{8\pi|U_l|}{a_0}|J_1(\frac{F_{ac}}{V_{\rm step}})|\,. \tag{5.17}$$

Aunque este resultado fue derivado para F_{ac} pequeña y desorden débil, la Ec. (10) corresponde a la relación $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step})|$ encontrada numéricamente en la sección anterior (Ref.[121]). Es importante notar que este resultado requiere que U_l sea finito, es decir que haya orden temporal de largo o cuasi-largo alcance en la dirección longitudinal. De las ecuaciones 5.16 y 5.17 vemos que, para F_{ac} pequeño, el orden temporal en la dirección *longitudinal* está directamente relacionado a travéz de U_l con la dependencia lineal de ΔF_{dc} con F_{ac}. Si aplicamos ahora el modelo al caso de phase-locking transversal recién discutido, con $\mathbf{F_{ac}} = F_{ac}\mathbf{x}$, obtenemos, para la velocidad transversal en el límite $F_{ac} = 0$,

$$v_x = -\frac{2\pi\Delta U_l}{a_0\sqrt{3}}\sin\Big[\frac{2\pi}{a_0}(r_0 + \langle v\rangle t)\Big]\,. \tag{5.18}$$

y para el rango de phase-locking para el primer escalón de interferencia $\Omega = \omega_0$,

$$\Delta F_{dc} = \frac{4\pi|\Delta U_l|}{a_0}|J_1(\frac{\mathbf{g_l}.\mathbf{F_{ac}}}{\Omega})| = \frac{4\pi|\Delta U_l|}{a_0}|J_1(\frac{F_{ac}}{V_{\rm step}\sqrt{3}})| \ . \qquad (5.19)$$

Vemos que la ecuación (12) es también la relación aproximada encontrada en la simulación, que se muestra en la figura 5.10(b). Comparando las ecuaciones 5.19 y 5.17 vemos que hay una diferencia en un factor $\sqrt{3}$ en el argumento de la función de Bessel J_1 en el caso transversal con respecto al caso longitudinal. Notar que esta diferencia predicha es también encontrada numéricamente, ya que obtenemos $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step}\sqrt{3})|$ en el caso transversal mostrado en la figura 5.10(b), y $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step})|$ en la figura 5.5(b) de la sección 5.3.3 [121]. De las ecuaciones 5.18 y 5.19 vemos que en este caso, que, para F_{ac} pequeño, el orden temporal en la dirección *transversal* está directamente relacionado a través de ΔU_l con la dependencia lineal de ΔF_{dc} con F_{ac}. Es interesante notar que en el caso perfectamente periódico, $\Delta U_l = 0$ y $U_l \neq 0$, y entonces hay "orden temporal longitudinal" pero no "orden temporal transversal". En este caso los anchos de los escalones de mode-locking serían lineales en F_{ac} cuando $\mathbf{F_{ac}} \parallel \mathbf{F_{dc}}$ pero cuadráticos en F_{ac} cuando $\mathbf{F_{ac}} \perp \mathbf{F_{dc}}$. Esto es debido a que en el caso perfectamente periódico los vórtices se moverían en líneas rectas sin ninguna componente transversal en la velocidad, y por tanto el mode-locking transversal ocurriría como un efecto de orden mayor al lineal. En conclusión, una pequeña distorsión de la red es necesaria para inducir orden temporal transversal, y, entonces, una dependecia lineal del ancho de los escalones de mode-locking transversal con F_{ac}.

5.5.2 Orden temporal

Como podemos ver en las figuras 5.2 y 5.6 y hemos discutido ya, el orden temporal sin corriente alterna está directamente relacionado con la ocurrencia de mode-locking a pequeñas amplitudes alternas. Basándonos en nuestros resultados creemos plausible que el orden temporal de largo y cuasi largo alcance da lugar a una dependencia lineal del ancho del escalón con la amplitud de la fuerza alterna en el límite en la que ésta tiende a cero y una dependencia no lineal cuando el orden es de corto alcance. Para hacer la correspondencia precisa sería necesario estudiar detalladamente el alcance del orden temporal a la frecuencia de washboard sin fuerza alterna. Esto implica un detallado análisis de tiempo finito con funciones de "scaling" para la altura y ancho de los picos de washboard [117].

Otra cuestión interesante es la relación entre el orden temporal y el traslacional. Se espera que el orden temporal sea en general mas robusto que el traslacional [31]. Como la estructura en movimiento es anisotrópica el análisis conjunto del orden temporal transversal (demostrado en este trabajo por primera vez) y del orden temporal longitudinal podría dar mucha información. Si bien es evidente que la existencia de cierto grado de periodicidad de la red de vórtices es condición necesaria para tener orden temporal a la frecuencia de washboard, la relación entre orden traslacional y temporal podría ser no trivial, como muestra por ejemplo nuestro modelo simple para el caso del mode-locking transversal.

Es interesante notar por último que la analogía de equilibrio de Koshelev y Vinokur [29] con la temperatura ficticia de shaking es inconsistente con la observación

de orden temporal, ya que en equilibrio, por el teorema de equipartición, la densidad espectral no debería tener picos. La inconsistencia está en que el supuesto ruido "térmico" de shaking presentaría entonces correlaciones temporales de largo alcance. Koshelev y Vinokur notaron ya este problema en la fase de alta velocidad y por ello para el sólido en movimiento usaron una definición distinta de la temperatura de shaking que para el régimen del fluído en movimiento. Esto muestra que la temperatura de shaking no está muy bien definida. Como veremos en el capítulo 6, cabe la posibilidad de definir de una manera mejor (más cercana a la definición empírica de temperatura) y de forma única para todos los regímenes dinámicos temperaturas efectivas para la red de vórtices en movimiento al precio de restringir su aplicabilidad a las fluctuaciones de observables en una dada escala de tiempo. Una cuestión interesante es que entonces el orden temporal a bajas frecuencias podría estar afectado por una temperatura efectiva diferente que el orden temporal a altas frecuencias, como la de washboard.

5.5.3 Efectos no lineales de la fuerza alterna

Los efectos no lineales para amplitudes grandes de la fuerza alterna son bien apreciados en las figuras 5.9(a),5.6(a) para el mode-locking longitudinal y transversal respectivamente, correspondientes al régimen de flujo esméctico. En ambos casos el orden temporal necesario para el mode-locking es inducido por la fuerza alterna, ya que no hay escalones para amplitudes arbitrariamente chicas. Esto indica que la fuerza alterna provoca cambios en la estructura dinámica de la red en movimiento sin fuerza alterna. Es interesante notar que efectos de ordenamiento o desordenamiento con fuerza alterna han sido observados experimentalmente y en simulaciones sin fuerza dc. En algunos experimentos se encontró que el efecto depende críticamente de la forma del pulso de fuerza alterna (asimetría) [122, 123]. Sería muy interesante entonces hacer un estudio similar para el mode-locking en el régimen de flujo esméctico, usando pulsos asimétricos sobre la red moviéndose con velocidad media finita.

5.5.4 Resultados experimentales importantes de último momento

En el momento de la publicación de nuestros resultados del mode-locking *longitudinal* [121], presentados en detalle en la sección 5.3 de esta tesis, la única evidencia experimental conocida de escalones de mode-locking en superconductores desordenados era la de Fiory [26] y la de Harris *et.al.* [115]. Sin embargo, en ninguna de estas referencias se reportan resultados de la dependencia del ancho de los escalones con la amplitud y frecuencia de la fuerza alterna. Tanto en ref. [26] como en ref. [115] sólo se muestran escalones de mode-locking para corrientes dc grandes comparadas con la corriente crítica, y corrientes alternas de amplitud comparable a la magnitud de la corriente dc. En la sección 5.3.3 describimos la dependencia del ancho de los escalones simulados en función de la frecuencia y amplitud de la fuerza alterna. Como podemos ver en la figuras 5.5(a-b) la dependencia en frecuencia nos permite claramente distinguir entre la respuesta del régimen de flujo esméctico y la del sólido transversal en movimiento. Además, en este último, la dependencia con

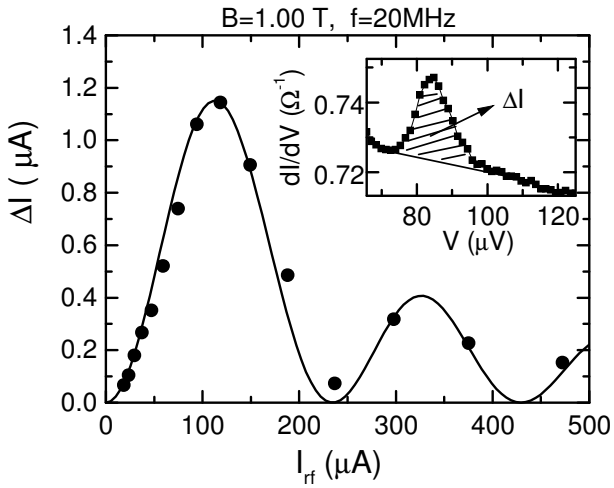


Figura 5.11: Ancho del escalón fundamental de mode-locking $\Delta I_{1,1}$ (definido como se muestra en el inset) en función de la amplitud de la corriente alterna I_{rf} determinado experimentalmente en ref. [124] en un film superconductor de NbGe para $B = 1.00$ T y $f = 20$ MHz. El ajuste a los datos experimentales es $\Delta I_{1,1} \propto |J_1(I_{rf}R_f/V_{1,1})|^2$, donde $V_{1,1}$ es el voltaje en el escalón y R_f es la resistencia debida al flujo de vórtices. Comparar con la figura 5.5(b).

la amplitud de la fuerza alterna parece poder ser descripta por una simple función de Bessel de primer orden.

Muy recientemente (durante la escritura de esta tesis), motivados por nuestro estudio [121] de la sección 5.3 donde extendemos el análisis de los escalones de mode-locking longitudinal hecho en refs.[24, 25, 26, 115] a todas las fases dinámicas, Besseling *et.al.* reportaron las primeras mediciones de la dependencia del ancho de los escalones de mode-locking con la amplitud y frecuencia de la corriente alterna en films superconductores delgados de NbGe con desorden débil [124, 125]. Los resultados para corrientes dc altas [125], correspondientes a la vez a frecuencias altas de la corriente alterna y a velocidades altas de la red de vórtices, se muestran en la figura 5.11. Una diferencia que se puede notar en el inset de la figura 5.11 es que un pico finito dI/dV significa que los escalones no son completamente chatos como en las simulaciones (mode-locking completo), sino que tienen una pendiente (mode-locking incompleto). Esto es debido principalmente a que nuestras simulaciones son a $T = 0$ (aunque otros efectos más sutiles pueden también dar lugar a escalones con pendiente). Sin embargo aún se puede definir muy bien el ancho de un escalón y los datos de la figura 5.11 pueden ser comparados directamente con los resultados de nuestras simulaciones numéricas, mostrados en la figura 5.5(b). El ajuste que se muestra en la figura 5.11 es $\Delta I_{1,1} \propto |J_1(I_{rf}R_f/V_{1,1})|^2$, consistente con la predicción analítica de Schmid y Hauger [24]. En nuestra notación ésto es equivalente a ajustar $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step})|^2$. Como podemos apreciar, a pesar de que nuestras simulaciones fueron hechas a $T = 0$, los resultados de la simulación y los experimentales son muy similares. Sin embargo en la figura 5.5(b) hemos ajustado a los datos de la simulación mostrado a ambas, $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step})|$ y $\Delta F_{dc} \propto |J_1(F_{ac}/V_{step})|^2$. El primer ajuste corresponde a la misma dependencia que se obtendría para una

partícula en un potencial periódico, mientras que el segundo ajuste corresponde a la predicción analítica de Schmid y Hauger obtenida usando teoría de perturbaciones para una red elástica en movimiento [24]. Notemos que no tenemos en principio buenos argumentos para elegir entre ninguno de los dos ajustes, ya que por un lado queda muy claro que la imagen de una partícula en un potencial periódico es una supersimplificación del problema, y por el otro está muy bien establecido que la teoría de perturbaciones usada en [24] falla. Para discernir más claramente cual de los dos simples ajustes es mejor sería necesario por ejemplo reducir el error de los puntos simulados de la figura 5.5(b) y tener más puntos experimentales en la figura 5.11. Aumentando la cantidad y reduciendo el error de los puntos correspondientes a amplitudes alternas bajas, podríamos comparar bien los dos casos si podemos diferenciar entre la dependencia lineal $\Delta F_{dc} \propto |J1(F_{ac}/V_{step})| \sim F_{ac}$ que predice el primer ajuste, de la dependencia cuadrática $\Delta F_{dc} \propto |J1(F_{ac}/V_{step})|^2 \sim F_{ac}^2$ que predice el segundo. Como medir escalones pequeños tiene mucho error, sería más conveniente determinar mejor la magnitud de los dos primeros máximos de ΔF_{dc}, ΔF_{dc}^1 y ΔF_{dc}^2 respectivamente, y comparar su magnitud relativa $\Delta F_{dc}^1/\Delta F_{dc}^2$. Si vale $\Delta F_{dc} \propto |J1(F_{ac}/V_{step})|$ tendríamos que $\Delta F_{dc}^1/\Delta F_{dc}^2 \sim 0.595$, mientras que si vale $\Delta F_{dc} \propto |J1(F_{ac}/V_{step})|^2$ tendríamos $\Delta F_{dc}^1/\Delta F_{dc}^2 \sim 0.354$. Notemos que cuantificar con más precisión la forma de ΔF_{dc} vs F_{ac} exige también la realizaciones de simulaciones a $T \neq 0$. En conclusión, podemos decir que dentro de las barras de error de la simulación la dependencia funcional predicha en nuestro trabajo (figura 5.5(b)) ha sido verificada experimentalmente (figura 5.11).

Como mostramos en la sección 5.3 y 5.4, el análisis de los escalones de mode-locking *en función de la frecuencia* o velocidad media de la red de vórtices, a amplitudes de fuerza alterna pequeñas comparadas con la corriente dc, nos permite caracterizar claramente la distintas fases dinámicas. Esta fue la motivación principal y el resultado más importante del trabajo de este capítulo, ya que aparte de extender los estudios previos de mode-locking [26, 24, 25, 115] a todo el rango de velocidades de la red de vórtices, nos permite proponer un nuevo método experimental para extraer información sobre las fases y transiciones dinámicas. Como mostramos tanto en la secciones 5.3 y 5.4, los escalones de mode-locking sirven en particular para caracterizar bien la transición de congelamiento transversal, del régimen de flujo esméctico al régimen del sólido transversal en movimiento (ver capítulo 3): en el régimen del sólido transversal los escalones pueden ser inducidos a amplitudes de fuerza alterna arbitrariamente pequeñas mientras que en el régimen de flujo esméctico es necesario superar una amplitud de fuerza alterna crítica para inducir los escalones. Esto es muy interesante ya que en principio sería entonces posible *probar* la transición de congelamiento transversal mediante mediciones de transporte directas, sin necesidad de realizar mediciones más complicadas de ruido Hall, como habíamos propuesto en el capítulo 3. Nos complace informar aquí que el experimento propuesto ha sido logrado y sus resultados reportados muy recientemente en [125]. Los sistemas estudiados fueron films superconductores delgados de NbGe, donde los vórtices son confinados a moverse en canales de flujo mesoscópicos [126]. En la figura 5.12 se muestra el análisis de la dependencia de la magnitud del ancho de los escalones ΔI en función de campo magnético y temper-

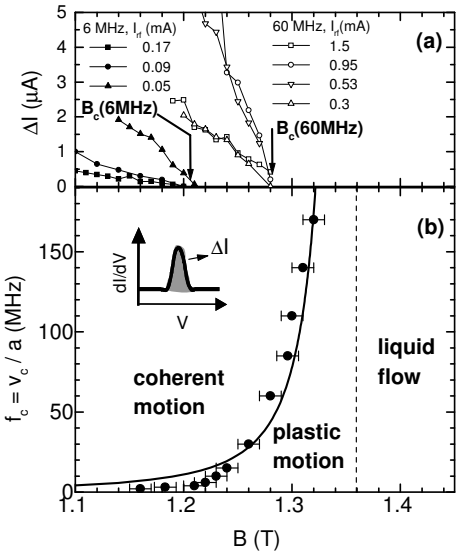


Figura 5.12: Resultados experimentales de ref. [125]. (a) Ancho del escalón fundamental de mode-locking en función del campo magnético para una frecuencia $f = 6$ MHz y $f = 60$ MHz y varios valores de amplitud de corriente alterna I_{rf}. Las flechas indican el campo de fusión dinámica. (b) Diagrama de fases dinámico frecuencia-campo. La línea a trazos indica el campo de fusión de equilibrio $B_{m,e}$ de la red. El ajuste es $f_c \sim (B_{m,e} - B)^{-2}$.

atura. En la figura 5.12(a) podemos observar ΔI para dos frecuencias f distintas y para varias amplitudes de corriente alterna I_{rf}. Podemos ver que el valor de campo crítico B_c, al cual los escalones desaparecen, está bien determinado, siendo prácticamente independiente de la amplitud de I_{rf}. Esto es una buena indicación de que I_{rf} está realmente probando la respuesta de los regímenes dinámicos que existen en ausencia de la misma (i.e. es una perturbación al régimen dinámico con corriente dc solamente). Según la interpretación que surge de nuestras simulaciones, $B_c = B_c(f) \equiv B_c(V_{step})$ representa la *línea de congelamiento transversal dinámica* entre el régimen de flujo esméctico al sólido transversal en movimiento. En la figura 5.12(b) se muestra el diagrama de fases dinámico resultante en un plano voltaje-campo magnético. Es de notar que este diagrama es muy similar al propuesto originalmente por Koshelev y Vinokur, usando el concepto de temperatura de shaking [29]. Sin embargo hay una diferencia de interpretación importante del régimen de "movimiento coherente" (ver figura 5.12(b)). Hoy se sabe que la teoría de perturbaciones usada por Koshelev y Vinokur falla, implicando que un cristal en movimiento a velocidades altas, como el propuesto en [29], es inestable. Por ésto, en ref. [125], la fase de "movimiento coherente" ha sido identificada como el sólido transversal en movimiento que hemos propuesto en [92], cuyas propiedades describimos en detalle en el capítulo 3.

5.6 Conclusiones

Mostramos numéricamente que es posible tener mode-locking en redes de vórtices con anclaje *aleatorio* para frecuencias suficientemente altas, para los casos de una fuerza ac paralela o perpendicular a la fuerza dc. El caso de una fuerza ac paralela a la dc está de acuerdo con los experimentos de Fiory [26] y Harris *et al* [115]. El novedoso caso de una fuerza ac perpendicular a la fuerza dc brinda información complementaria acerca de los regímenes dinámicos, y podría ser medido experimentalmente. Relacionamos la respuesta a la fuerza ac longitudinal (transversal), con el orden temporal longitudinal (transversal) a la frecuencia de washboard de los regímenes dinámicos en ausencia de fuerza ac. El estado mode-locked puede ser visto como un sólido congelado anclado en el sistema de referencia en movimiento, y el desanclaje del mode-locking longitudial es plástico e histerético. Encontramos diferencias importantes entre el mode-locking con anclaje aleatorio y con anclaje periódico. Mostramos mediante un modelo sencillo que los efectos de sincronización observados pueden explicarse cualitativamente en términos de una ecuación simple para el centro de masa que incorpore en forma efectiva el orden traslacional de la red. Notablemente encontramos con este modelo que las distorsiones de la red triagular perfecta en movimiento juegan un rol importante en la producción del mode-locking transversal. En conclusión, la respuesta a una fuerza ac a diferentes frecuencias podría ser una prueba experimental interesante de los regímenes dinámicos en redes de vórtices impulsadas. En este sentido, muy recientemente se han logrado las primeras observaciones experimentales, confirmando muchas las características del mode-locking en los distintos regímenes dinámicos observadas en nuestras simulaciones [124, 125].

Parte de los resultados de este capítulo fueron publicados en [121, 127] en colaboración con Niels Grønbech-Jensen. Agradecemos discusiones con L. Balents, V. I. Marconi, y C. Reichhardt.

Capítulo 6

Temperatura efectiva en redes de vórtices impulsadas

Estudiamos numéricamente funciones de correlación y funciones respuesta en redes de vórtices impulsadas fuera del equilibrio sobre potenciales de anclaje aleatorios. A partir de una relación de fluctuación-disipación generalizada calculamos una temperatura efectiva transversal en la fase fluída en movimiento. Encontramos que la temperatura efectiva decrece cuando se incrementa la fuerza impulsora y es aproximadamente igual a la temperatura de fusión de equilibrio del sistema sin anclaje cuando ocurre el congelamiento transversal dinámico. También discutimos como la temperatura efectiva podría ser medida experimentalmente a partir de una fórmula de Kubo generalizada.

En el capítulo 3 analizamos correlaciones espacio-temporales de los distintos regímenes dinámicos de vórtices en un film superconductor delgado y en el capítulo 5 mostramos como responden los mismos ante fuerzas alternas. En este capítulo analizamos nuevamente estos regímenes dinámicos desde una perspectiva diferente. La idea no es tanto dar una caracterización alternativa de los distintos regímenes dinámicos como la de entender algunos aspectos interesantes de la mecánica estadística de no equilibrio de este sistema. En el capítulo 3 sugerimos, sin más fundamento que una anlogía de equilibrio, que algunas características del comportamiento difusivo podían describirse en términos del concepto de temperatura efectiva, en forma muy similar a la temperatura de shaking de Koshelev y Vinokur, explicada en el capítulo 1. En este capítulo nos enfocamos en definir mejor una temperatura efectiva, en base al estudio de relaciones de fluctuación disipación de distintos observables. Este estudio está directamente motivado por recientes avances en la teoría dinámica de vidrios.

6.1 Motivación

El conocer cuándo y cómo es posible extender conceptos termodinámicos a sistemas fuera del equilibrio es un desafío muy importante en física teórica. Muchas definiciones de temperaturas de no-equilibrio han sido propuestas en contextos diferentes,

pero rara vez ha sido verificado que éstas cumplan con las propiedades esperadas de una temperatura.

Cugliandolo, Kurchan y Peliti [89, 128] introdujeron la noción de "temperaturas efectivas" $T_{\mathtt{ef}}$ a partir de una modificación del teorema de fluctuación-disipación (TFD) en sistemas fuera de equilibrio que evolucionan lentamente en el tiempo. $T_{\mathtt{ef}}$ es definida como la inversa de la pendiente de un gráfico paramétrico de la respuesta integrada vs la función de correlación de un par de observables cuando la última está acotada, o a partir de la mitad de esta pendiente cuando la función de correlación no está acotada. Esta definición conduce a una temperatura que cumple con las propiedades esperadas de una temperatura en el sentido termodinámico, ya que puede ser medida con un termómetro, controla la dirección del flujo de calor para una dada escala de tiempo y satisface una ley cero dentro de cada escala. $T_{\mathtt{ef}}$ fue encontrada analíticamente en modelos de campo-medio de vidrios [89, 129, 130, 131] y fue exitosamente estudiada en vidrios estructurales y de espín, tanto numéricamente [132, 133, 134, 135] y experimentalmente [136, 137, 138], en materia granular [139, 140, 141] y en fluídos bajo la acción de débiles deformaciones de corte [142, 143, 144].

Como vimos en la sección , Koshelev and Vinokur [29] definieron una temperatura de "shaking" $T_{\mathtt{sh}}$ a partir de la fuerza fluctuante que siente una configuración de vórtices moviéndose en un potencial de anclaje aleatorio. Ésto condujo a la predicción de una transición de fase dinámica entre una fase de vórtices tipo líquida moviéndose a fuerzas pequeñas y una red cristalina de vórtices moviéndose a fuerzas grandes, cuando $T_{\mathtt{sh}}$, definida en la ecuación 2.17, iguala la temperatura de fusión de equilibrio del sistema de vórtices sin desorden [29, 73], ecuación 2.18. Sin embargo, como ya discutimos en la sección 2.5, en trabajos posteriores [30, 31, 32, 64] se mostró que la teoría de perturaciones usada en [29] falla y que la fase de vórtices a altas velocidades podría ser un vidrio transversal anisotrópico en vez de un cristal. A pesar de ésto, la temperatura de shaking introducida en [29] ha sido un concepto cualitativo muy útil, al menos fenomenológicamente. De hecho, las transiciones dinámicas discutidas en [29, 30, 31, 32, 64, 73] han sido observadas experimentalmente [27, 41, 52, 69, 91] (ver figuras 2.5, 2.6 2.7 y 3.8) y en simulaciones numéricas [42, 45, 51, 62, 63, 70, 72, 92, 102, 121] (ver capítulos 3 y 4). Por otro lado en nuestro estudio de los regímenes dinámicos del capítulo 3 notamos que ciertas características de la difusión de vórtices desde el sistema de referencia de centro de masa podían interpretarse *cualitativamente* en términos de la temperatura de shaking.

En este capítulo aplicamos una definición de $T_{\mathtt{ef}}$ basada en las modificaciones del teorema de fluctuación-disipación a redes de vórtices dentro de la fase fluída en movimiento. Comparamos nuestros resultados con la temperatura de shaking de [29] y discutimos como obtener $T_{\mathtt{ef}}$ experimentalmente a partir de mediciones del ruido del voltaje transversal y resistencia transversal.

6.2 Método

Simulamos un film superconductor delgado usando el modelo descripto en sección 1.3.1. Para analizar la validez y las modificaciones del teorema de fluctuación-disipación (TFD) calculamos la relación de fluctuación-disipación (RFD), *i.e.*, la

relación entre la función de correlación y la función respuesta de un dado observable. Es conveniente elegir [132, 133, 134, 135] el observable

$$A_\mu(t) = \frac{1}{N_v}\sum_{i=1}^{N_v} s_i r_i^\mu(t) \ , \tag{6.1}$$

donde $s_i = -1, 1$ son números aleatorios con $\overline{s_i} = 0$ y $\overline{s_i s_j} = \delta_{ij}$, $r_i^\mu = R_i^\mu - R_{cm}^\mu$ con $\mu = x, y$ y $\mathbf{R}_{cm}$ es la coordenada del centro de masa. Estudiamos separadamente la RFD en la dirección transversal y longitudinal con respecto a $\mathbf{F} = F\mathbf{y}$. La función de autocorrelación del observable A_μ es

$$C_\mu(t,t_0) \equiv \overline{\langle A_\mu(t)A_\mu(t_0)\rangle} = \frac{1}{N_v^2}\sum_{i,j=1}^{N_v}\overline{\langle s_i r_i^\mu(t) s_j r_j^\mu(t_0)\rangle} \quad = \quad \frac{1}{N_v^2}\sum_{i=1}^{N_v}\langle r_i^\mu(t) r_i^\mu(t_0)\rangle \ ,$$

donde en la última igualdad hemos usado que los r_i^μ son independientes de los s_i en ausencia de la perturbación. La función respuesta integrada χ_μ para el observable A_μ es obtenida aplicando una fuerza perturbativa

$$\mathbf{f}_i^\mu = \epsilon s_i \hat{\mu} \tag{6.2}$$

donde $\hat{\mu} = \hat{x}, \hat{y}$ a tiempo t_0 y manteniéndola constante de ahí en adelante sobre cada vórtice:

$$\chi_\mu(t,t_0) = \lim_{\epsilon\to 0}\frac{1}{\epsilon}\left[\overline{\langle A_\mu(t)\rangle}_\epsilon - \overline{\langle A_\mu(t)\rangle}_{\epsilon=0}\right] . \tag{6.3}$$

En este punto podemos ver la utilidad de usar los números aleatorios s_i: (i)hacen decrecer el error estadístico en la determinación de la función de correlación al desacoplar las contribuciones de las posiciones de distintos vórtices y (ii) hacen que la perturbación debida a la fuerza aleatoria sea débil [132, 133, 134, 135] ya que los factores s_i son independientes y aleatorios para cada vórtice. La perturbación 6.2 puede pensarse entonces como una fuerza aleatoria de magnitud ϵ que actúa constantemente sobre el punto figurativo del sistema $\{r_i^\mu\}$ en la proyección μ del espacio de configuraciones. Como $\overline{s_i} = 0$ y $\overline{s_i s_j} = \delta_{ij}$ esta fuerza es estadísticamente isotrópica en en este subespacio, y por lo tanto no privilegia la acción en ninguna dirección en particular. De ahí que en general sea una perturbación "débil" para algún valor de ϵ comparada con otras perturbaciones posibles.

Entonces analizamos la RFD,

$$\chi_\mu(t,t_0) = \frac{1}{2T_{\mathtt{ef}}^\mu(t,t_0)}\Delta_\mu(t,t_0) \ , \tag{6.4}$$

donde

$$\Delta_\mu(t,t_0) = N_v^{-1}\sum_i \langle |r_i^\mu(t) - r_i^\mu(t_0)|^2\rangle = N_v[C_\mu(t,t) + C_\mu(t_0,t_0) - 2C_\mu(t,t_0)] \tag{6.5}$$

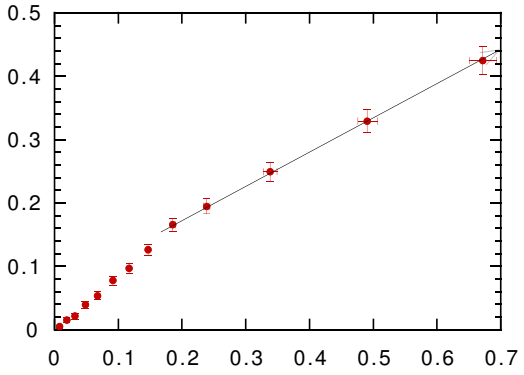


Figura 6.1: Relación de fluctuación disipación $\chi(t,t_0)$ vs $\Delta(t,t_0)/T$ encontrada en la relajación lenta de no equilibrio de un sistema binario de partículas de Lennard Jones en la fase vidriosa [133]. Éste es un ejemplo de dos escalas de tiempo donde se puede definir una temperatura efectiva a tiempos largos como $d\chi_\mu/d\Delta_\mu \approx 1/2T_{\mathtt{ef}}$.

es el desplazamiento cuadrático medio en la dirección $\hat{\mu}$. Para un sistema en equilibrio a temperatura T el TFD requiere que $T^x_{\mathtt{ef}} = T^y_{\mathtt{ef}} = T$. En un sistema fuera del equilibrio, el TFD no es válido. Un ejemplo que ha sido estudiado exitosamente usando exactamente las mismas ecuaciones 6.4 y 6.5 es un sistema binario de partículas de Lennard Jones (que no puede cristalizar), como modelo de vidrio estructural. Estos sistemas caen fuera del equilibrio bajando la temperatura, debido a que la viscocidad crece muy rápidamente con el descenso de temperatura y el tiempo de relajación al equilibrio τ_{eq} se hace extremadamente largo. Cuando $\tau_{eq} \gg t_0$ la relajación de no equilibrio de este sistema está bien caracterizada por el gráfico $\chi_\mu(t,t_0)$ vs $\Delta_\mu(t,t_0)$, que presenta dos pendientes: (i) $d\chi_\mu/d\Delta_\mu \approx 1/2T$, con T la temperatura del baño externo, para valores pequeños de $\Delta_\mu(t,t_0)$ o tiempos cortos $t \ll t_0$, y (ii) $d\chi_\mu/d\Delta_\mu \approx 1/2T_{\mathtt{ef}}$ con $T_{\mathtt{ef}} > T$ a tiempos largos $\tau_{eq} \gg t \gg t_0$, o cuando la difusión $\Delta_\mu(t,t_0)$ es grande. El gráfico obtenido en Ref. [133] para este sistema se muestra en la figura 6.1. El mismo sistema, pero llevado a un estado estacionario aplicando una fuerza de corte constante, muestra el mismo tipo de relación $\chi_\mu(t,t_0)$ vs $\Delta_\mu(t,t_0)$, con $T_{\mathtt{ef}}$ dependiente de la intensidad de la fuerza de corte [144]. La diferencia entre estos dos ejemplos es que en el primer caso la invariancia ante traslaciones temporales está rota, mientras que en el segundo caso no lo está. Sin embargo, vemos que ambos casos muestran el mismo tipo de violación a TFD con una temperatura efectiva $T_{\mathtt{ef}}$ (diferente en cada caso) a tiempos largos. La red de vórtices con anclaje tiene una importante similitud con el segundo ejemplo: está en un estado estacionario de no-equilibrio debido a que en su movimiento experimenta fuerzas no derivables de un potencial. En ambos casos energía está siendo continuamente inyectada y disipada en el estado estacionario. Esta similitud es una motivación importante para usar el método dado por las ecuaciones 6.4 y 6.5 en la red de vórtices.

Como estamos interesados en los estados *estacionarios* alcanzados por la red de vórtices impulsada, donde no hay efectos de envejecimiento [142, 143, 144, 145], entonces todos los observables dependen de la diferencia $t - t_0$, si elegimos t_0 lo suficientemente largo como para asegurar la convergencia al estado estacionario,

donde $\Delta_\mu(t,t_0) = \Delta_\mu(t-t_0)$. Del gráfico paramétrico de $\chi_\mu(t)$ vs. $\Delta_\mu(t)$ podemos entonces definir una temperatura efectiva $T^\mu_{\mathtt{ef}}(t)$, usando la ecuación 6.4, siempre que $T^\mu_{\mathtt{ef}}(t)$ sea una constante en cada escala de tiempo [89, 128].

Estudiamos la RFD transversal y longitudinal para la red de vórtices en movimiento como función de la fuerza impulsora, F, para distintos valores de A_p, n_v, y T. Las simulaciones son realizadas con una densidad de centros de anclaje $n_p = N_p r_p^2/L_xL_y = 0.14$ en una caja con $L_x/L_y = \sqrt{3}/2$ y $N_v = 256$. Consideramos $A_p/A_v = 0.35, 0.2, 0.25, 0.1$, $n_v = N_v r_p^2/L_xL_y = 0.05, 0.07$, y $T \leq 0.01$. Imponemos condiciones de contorno periódicas con el algoritmo de referencia [74, 96]. Los promedios son evaluados durante 80000 pasos de $\Delta t = 0.1\tau$ despues de 65536 pasos para alcanzar la estacionaridad. Para calcular la función respuesta $\chi_\mu(t)$, dada por la ecuación 6.3, simulamos dos réplicas del sistema, con la fuerza perturbativa $\mathbf{f}_i^\mu = \epsilon s_i \hat{\mu}$ aplicada a una de ellas. Comenzando con la misma condición inicial permitimos al sistema perturbado y no-perturbado evolucionar por 5000 pasos de tiempo y calculamos $A_\mu(t)_\epsilon$ y $A_\mu(t)_{\epsilon=0}$ respectivamente. Las réplicas evolucionan entonces de nuevo cambiando la realización de los factores aleatorios, s_i, y tomando la configuración final del sistema sin perturbar como la nueva condición inicial comun. Por lo tanto 16 realizaciones de los $\{s_i\}$ han sido consideradas en los promedios. A partir de esto obtenemos $\overline{\langle A_\mu(t)\rangle}_\epsilon$, para $\epsilon = 0$ y para $\epsilon \neq 0$, y por lo tanto la función respuesta, $\chi_\mu(t)$, es determinada. Hemos verificado la linealidad de $\overline{\langle A_\mu(t)\rangle_\epsilon}$ con ϵ en el rango $[0.0002, 0.01]$ y entonces hemos usado $\epsilon = 0.005 \ll F_c$ en nuestros cálculos.

6.3 Resultados

6.3.1 Relaciones de fluctuación-disipación

A $T = 0$, como ya vimos en el capítulo 3, hay tres regímenes dinámicos diferentes [92] cuando incrementamos a F por encima de la fuerza crítica de desanclaje F_c: dos fases fluídas con flujo plástico para $F_c < F < F_p$ y flujo esméctico para $F_p < F < F_t$, y un sólido transversal para $F > F_t$. Para una densidad de anclaje n_p, las fuerzas características F_c, F_p y F_t dependen de la amplitud del desorden A_p y de la densidad de vórtices n_v. Comenzamos analizando la RFD en el régimen de flujo esméctico para valores diferentes de A_p, n_v y T. En la figura 6.2(a) mostramos desplazamientos cuadráticos medios transversales típicos , $\Delta_x(t)$, y en la figura (b) la respuesta tranversal integrada, $\chi_x(t)$, para este régimen dinámico. En la figura (c) mostramos el gráfico paramétrico de $\chi_x(t)$ vs $\Delta_x(t)$. Vemos que el teorema de fluctuación-disipación de equilibrio no se cumple en general pero encontramos dos relaciones lineales aproximadas para $\Delta_x(t) < 0.05 r_p^2$ y para $\Delta_x(t) > r_p^2$, con un crossover no lineal entre ellas. Siguiendo la ecuación 6.4, encontramos que la región de desplazamientos cortos corresponde a la temperatura del baño $T = 0.01$, y por tanto el teorema de fluctuación-disipación vale sólo a tiempos cortos. Para la región de desplazamientos grandes obtenemos una temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}(T) = 0.045 > T$. En el inset de la figura (a) mostramos la relación de fluctuación-disipación para $T = 0$. Comparando los resultados para T diferentes, encontramos $T^x_{\mathtt{ef}}(T) \approx T^x_{\mathtt{ef}}(0) + T$. En la figura 6.3 analizamos la relación de fluc-

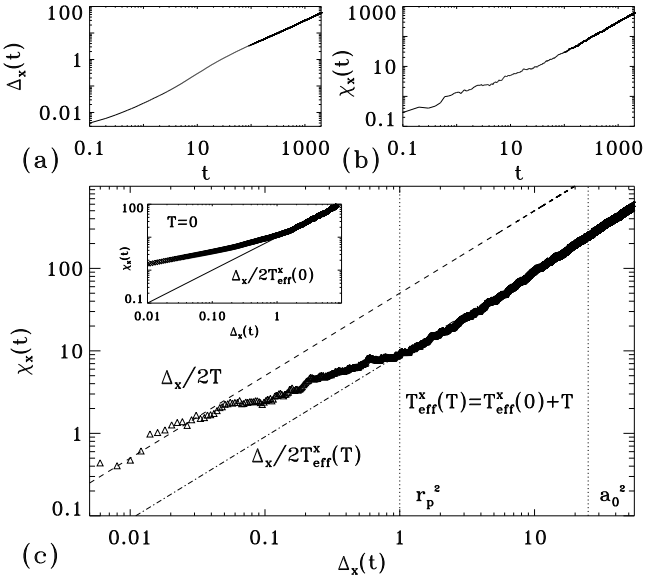


Figura 6.2: desplazamiento cuadrático medio transversal $\Delta_x(t)$ (a), y función respuesta transversal $\chi_x(t)$ (b), for $A_p = 0.2$, $T = 0.01$ y $V = 0.11$, en el régimen de flujo esméctico. (c) RFD transversal $\chi_x(t)$ vs $\Delta_x(t)$ para $T = 0.01$. La línea a trazos indica $\Delta_x/2T$, siendo $T = 0.01$ la temperatura del baño térmico. $T_{\mathtt{ef}}(T)$ es obtenida a partir del ajuste lineal a $\chi_x(t)$ para $\Delta_x > r_p^2$ (línea a trazos y puntos). Encontramos que $T^x_{\mathtt{ef}}(T) \approx T^x_{\mathtt{ef}}(0) + T$, donde $T^x_{\mathtt{ef}}(0)$ es la temperatura efectiva transversal correspondiente a $T = 0$ (inset).

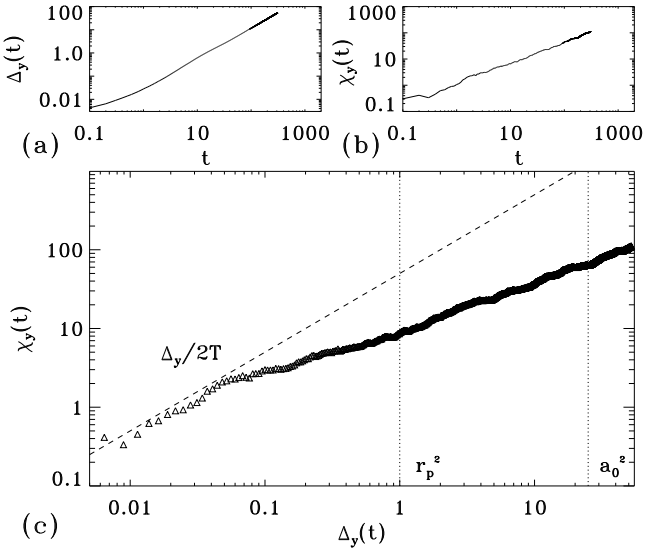


Figura 6.3: desplazamiento cuadrático medio longitudinal $\Delta_y(t)$ (a), y función respuesta longitudinal $\chi_y(t)$ (b), para $A_p = 0.2$, $T = 0.01$ y $V = 0.11$, en el régimen de flujo esméctico. (c) RFD longitudinal $\chi_y(t)$ vs $\Delta_y(t)$ para $T = 0.01$. La línea a trazos indica $\Delta_y/2T$, con $T = 0.01$.

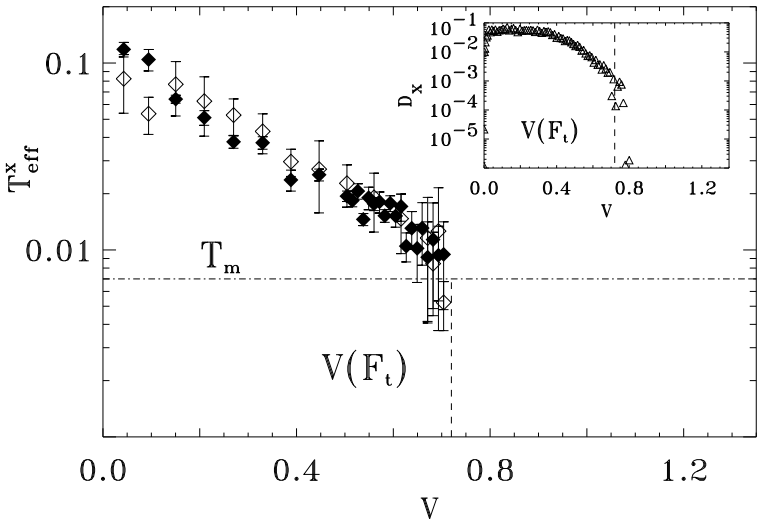


Figura 6.4: Temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ vs voltaje V para $A_p = 0.35$, $T = 0$ y $n_v = 0.07$, usando la relación de difusión (rombos llenos) y la fórmula de Kubo generalizada (rombos vacíos). Inset: Constante de difusión transversal D_x vs V. La línea a trazos indica la transición de congelamiento transversal a $F = F_t$ y las línea punteada indica la temperatura de fusión del sistema sin anclaje $T_m \approx 0.007$.

tuación-disipación para las mismas escalas de tiempo que en la figura 6.2. La figura 6.3(a) muestra el desplazamiento cuadrático medio, Δ_y, y la figura 6.3(b) muestra la respuesta, χ_y. En la figura 6.3(c) obtenemos la correspondiente relación de fluctuación-disipación. Observamos que el teorema de fluctuación-disipación se cumple para $\Delta_y(t) < 0.05 r_p^2$ a la temperatura del baño T. No hay una $T^y_{\mathtt{ef}}(\mathrm{t})$ constante para desplazamientos largos, porque hay un comportamiento superdifusivo con $\Delta_y \sim t^\zeta$, $\zeta > 1$ (ver figura 3.4 de la sección 3.3.2) [92], mientras que $\chi_y \sim t$.

6.3.2 Temperatura efectiva transversal

En la figura 6.4 mostramos la temperatura efectiva transversal calculada $T^x_{\mathtt{ef}}$, para $T = 0$ como función del voltaje (*i.e.*, velocidad promedio V). Observamos que por encima de la fuerza crítica, $T^x_{\mathtt{ef}}$ es una función decreciente de V que alcanza un valor cercano a la temperatura de fusión de equilibrio del sistema sin anclaje, $T_m \approx 0.007$ [146], cuando el sistema se aproxima a la transición de congelamiento transversal a $F = F_t$ (obtenida a partir de la anulación del coeficiente de difusión transversal D_x, mostrado en el inset). Se vuelve muy difícil calcular $T^x_{\mathtt{ef}}$ para fuerzas $F > F_t$, ya que Δ_x y χ_x están acotados a $T = 0$ mientras que para T finita los tiempos de relajación involucrados son muy largos. Dejamos los interesantes casos de obtener $T^x_{\mathtt{ef}}(T)$ para $F > F_t$ y para $F \to 0$ para un estudio futuro (ver discución de sec. 6.4.3). En la figura 6.5 mostramos la dependencia de $T^x_{\mathtt{ef}}$ con la amplitud de anclaje A_p y la densidad de vórtices n_v. En todos los casos observamos que $T^x_{\mathtt{ef}} \to T_m$ cuando $F \to F_t$; aún cuando F_t depende de A_p y n_v. La temperatura de shaking de [29] predice $T_{\mathtt{sh}} \sim (V/A_p^2)^{-1}$, valor que corresponde al límite de vórtices no-interactuantes o movimiento incoherente, ya que es un resultado de un

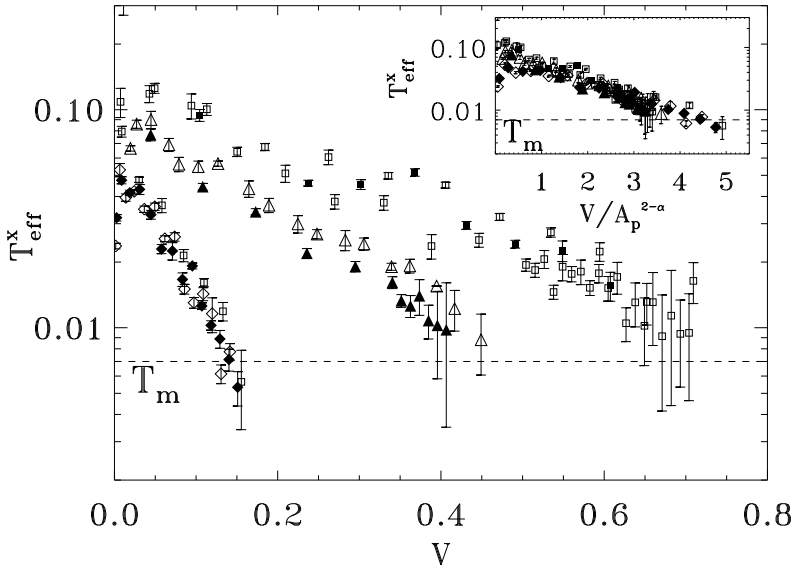


Figura 6.5: Temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ vs voltaje V, para valores diferentes de amplitud de anclaje A_p, y densidad de vórtices n_v, a $T = 0$. $A_p = 0.35$, $n_v = 0.05$ (■), $A_p = 0.35$, $n_v = 0.07$ (□), $A_p = 0.2$, $n_v = 0.05$ (▲), $A_p = 0.2$, $n_v = 0.07$ (△), $A_p = 0.1$, $n_v = 0.05$ (◊), $A_p = 0.1$, $n_v = 0.07$ (♦). El inset muestra $T^x_{\mathtt{ef}}$ vs $V/A_p^{2-\alpha}$, con $\alpha = 0.5$

solo vórtice [32]. Como mostramos en el inset de la figura 6.5, encontramos que un gráfico de todas las curvas como $T^x_{\mathtt{ef}}(0)$ vs. $V/A_p^{2-\alpha}$ sigue mejor $\alpha \approx 0.5$ en vez de $\alpha = 0$. En el caso del movimiento de una red rígida uno puede aplicar el resultado de una partícula a un volumen de correlación de Larkin-Ovchinikov, donde la suma de fuerzas de anclaje da una amplitud de anclaje efectiva $\sqrt{A_p}$, y por tanto $\alpha = 1$ en este límite. Vale la pena notar que el valor que encontramos es intermedio entre estos dos límites.

6.3.3 Temperatura efectiva a partir de un observable experimentalmente accesible

Mostramos ahora que la misma $T^x_{\mathtt{ef}}$ puede ser obtenida a partir de una cantidad experimentalmente accesible como la resistividad transversal y las fluctuaciones de voltaje. Si $T^x_{\mathtt{ef}}$ está bien definida en una dada escala de tiempo podemos esperar que una fórmula de Kubo generalizada valga [147],

$$R_x(t) = \frac{N_v}{T^x_{\mathtt{ef}}(t)} \int_0^t dt' \langle V_x(t) V_x(t') \rangle \ , \tag{6.6}$$

donde

$$R_x(t) = \langle \frac{dV_x(t)}{d\epsilon} \rangle_{\epsilon=0} - \langle \frac{dV_x(0)}{d\epsilon} \rangle_{\epsilon=0} \tag{6.7}$$

es la resistencia lineal transversal. A partir de un gráfico paramétrico de las integrales de los dos lados de Eq. (4) encontramos nuevamente una relación lineal con

pendiente igual a $1/T$ para $t < r_p^2/D_x$ y una segunda relación lineal con pendiente $1/T_{\mathtt{ef}}^x$ para $t > r_p^2/D_x$. En la figura 6.4 comparamos las dos temperaturas efectivas obtenidas usando ecuaciones 6.4 y 6.6. Vemos que ellas son similares dentro de las barras de error.

6.4 Discusión

6.4.1 Comparación con la temperatura de "shaking"

La temperatura de shaking de Koshelev y Vinokur, $T_{\mathtt{sh}}$, definida en el trabajo [29] es proporcional a la integral en tiempo de la función de correlación de la fuerza de anclaje $\mathbf{F}_{\mathtt{p}} = \sum_{i,p} \mathbf{f}_{ip}(t)/N_v$:

$$T_{\mathtt{sh}} = \frac{N_v}{\eta} \int_0^\infty dt \langle F^x_{\mathtt{p}}(0) F^x_{\mathtt{p}}(t) \rangle \propto \frac{A_p^2}{V} \,, \tag{6.8}$$

$T_{\mathtt{sh}}$ puede entonces ser obtenida de 6.6 si remplazamos $R_x(t)$ con el valor correspondiente a un solo vórtice $R_0 = 1/\eta$ y tomando la integral de la correlación de $V_x(t)$ sobre todo t [ya que en la dirección transversal $V_x(t) \propto F^x_{\mathtt{pin}}(t)$]. En otras palabras, la $T_{\mathtt{sh}}$ de [29] corresponde a tomar la pendiente promedio en un gráfico paramétrico de la fórmula de Kubo generalizada [o en el gráfico paramétrico de la relación de fluctuación-disipación mostrada en la figura 6.2(c)], ver también [148]. El esquema que llevamos a cabo aquí permite definir una temperatura efectiva que tiene en cuenta toda la información en su dependencia con la escala de tiempo y permite una interpretación termodinámica de $T_{\mathtt{ef}}$. De esta forma vemos claramente que hay un valor no trivial de la temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ para escalas de tiempo $t > r_p^2/D_x$. También observamos que en la dirección longitudinal $T^y_{\mathtt{ef}}(t)$ es muy diferente, ya que el sistema está impulsado fuertemente fuera del equilibrio en esta dirección [1]. Encontramos además que las correlaciones de corto-alcance del fluído en movimiento son importantes y dan una dependencia no trivial con la amplitud del desorden A_p, $T^x_{\mathtt{ef}} = f(A_p^{2-\alpha}/V)$ con $\alpha \neq 0$. A pesar de ésto, hemos demostrado que en la fase fluída en movimiento $T^x_{\mathtt{ef}}$ satisface dos resultados importantes de [29]:

(i) aditividad de temperaturas,

$$T^x_{\mathtt{ef}}(T) = T^x_{\mathtt{ef}}(0) + T \tag{6.9}$$

y (ii) el congelamiento dinámico ocurrre cuando

$$T^x_{\mathtt{ef}}(T) = T_m. \tag{6.10}$$

6.4.2 Temperatura efectiva de vórtices no interactuantes

Analizando la dependencia con A_p y V hemos mostrado que $T^x_{\mathtt{ef}} \neq T_{\mathtt{sh}}$ para el movimiento incoherente de vórtices, aunque ambas satisfagan las ecuaciones 6.9 y 6.10. Mostraremos aquí que el valor de $T_{\mathtt{sh}}$ se corresponde con el de la temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ a tiempos largos sólo en el límite de vórtices no-interactuantes. $T_{\mathtt{sh}}$ es entonces un resultado de un solo vórtice [32]. Usando el mismo método basado en la relación de fluctuación-disipación generalizada de la ecuación 6.4 mostraremos primero que en el límite de vórtices no interactuantes obtenemos $T^x_{\mathtt{ef}} \approx T_{\mathtt{sh}}$. Luego presentaremos un modelo muy simple para derivar el

[1] También en materia granular bajo gravedad [141] y en fluídos cortados [143, 144] $T_{\mathtt{ef}}$ ha sido obtenida sólo en la dirección perpendicular a la fuerza impulsora.

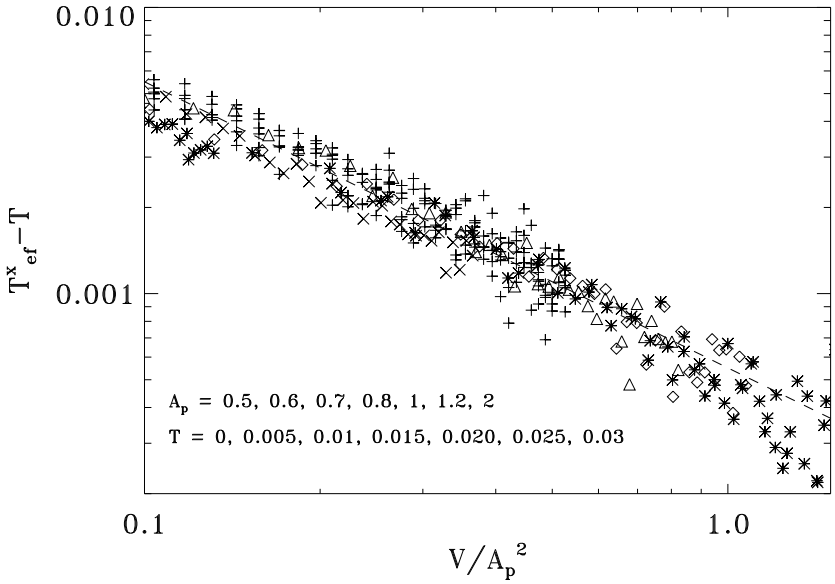


Figura 6.6: Temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ en función de la velocidad media de un sistema de vórtices no interactuantes para diferentes temperaturas T y amplitudes de anclaje A_p. $T^x_{\mathtt{ef}}$ se comporta como la temperatura de shaking $T_{\mathtt{sh}}$ propuesta por Koshelev y Vinokur para describir al fluído en movimiento de vórtices.

mismo resultado, basado en un análisis del proceso de colisión de un vórtice con los centros de anclaje estáticos.

Análisis de fluctuación-disipación

Utilizando la ecuación 6.4 para vórtices impulsados no interactuantes encontramos dos pendientes en la relación de fluctuación disipación transversal, en forma similar al caso interactuante. La pendiente de tiempos cortos corresponde a la temperatura T del baño térmico y la de tiempos largos nos permite definir una temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$. En este caso tampoco fue posible definir una temperatura efectiva longitudinal. En la figura 6.6 se muestra la temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ en función de la velocidad media V de los vórtices no interactuantes, para distintos valores de la amplitud de anclaje $A_p = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5$ y para distintas temperaturas $T = 0, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03$. Como vemos en la figura 6.6 un buen colapso de curvas se logra graficando $T^x_{\mathtt{ef}} - T$ vs V/A_p^2. Ésto muestra que para vórtices no interactuantes el resultado $T^x_{\mathtt{ef}} - T \approx A_p^{2-\alpha}/V$, con $\alpha = 0$ describe bien a la temperatura efectiva. Ésto contrasta con lo mostrado en el inset de la figura 6.5 cuando hay interacciones, donde $T^x_{\mathtt{ef}}(0)$ vs. $V/A_p^{2-\alpha}$ sigue mejor $\alpha \approx 0.5$ que $\alpha = 0$. Ésto muestra que la temperatura efectiva definida a partir de la ecuación 6.4 es sensible a las correlaciones de corto alcance de la fase fluída.

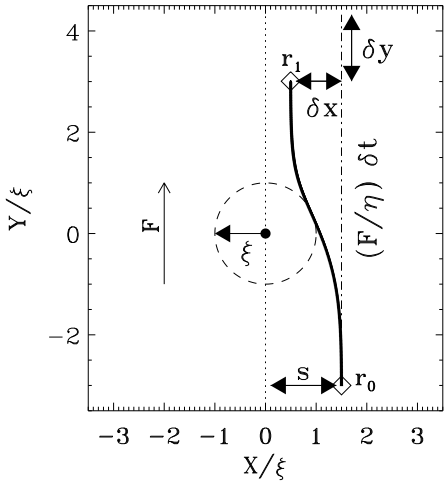


Figura 6.7: Colisión de un vórtice aislado contra un centro de anclaje. El parámetro de impacto es s y F es la fuerza impulsora en la dirección y. La colisón produce un desplazamiento transversal δx y uno longitudinal δy respecto de la trayectoria de un vórtice libre, sin anclaje.

Modelo de Colisiones

Un modelo muy simple, basado en el análisis de la efectividad media de las colisiones de un vórtice contra un centro de anclaje, es capaz de explicar bien el origen y la dependencia completa de la temperatura efectiva transversal con la fuerza impulsora y amplitud de anclaje, asi como también describir otros efectos que tiene el anclaje sobre el movimiento del vórtice a tiempos largos. Basado en estas ideas daremos primero, a modo de ilustración, una derivación heurística de la temperatura efectiva transversal para todo el rango de fuerza $F > F_c$. Luego repetiremos la derivación con mas detalle y justificación.

Empezamos con un análisis dimensional simple. Consideremos un vórtice cuya ecuación de movimiento es $\eta \mathbf{v}(t) = F\mathbf{y} + \mathbf{F}_p(\mathbf{r})$, donde F es la fuerza impulsora y $\mathbf{F}_p(\mathbf{r})$ es la fuerza de anclaje debida a centros de anclaje aleatoria y uniformemente distribuídos, de amplitud A_p y rango ξ. Para fuerzas altas los vórtices pasan muy rápido sobre los centros de anclaje y se puede hacer la estimación $\eta\langle v\rangle \approx F$. El tiempo para atravezar un centro de anclaje es entonces del orden de $\delta t \sim \xi\eta/F$. Durante este tiempo actúa una fuerza transversal del orden de $\delta f_x \sim A_p/\xi$ sobre el vórtice, produciendo un desplazamiento cuadrático transversal del orden de $\langle \delta^2 x\rangle \sim f_x^2 \delta t^2/\eta^2 = (A_p/\xi)^2(\xi\eta/F)^2/\eta^2 = A_p^2/F^2$. En el tiempo t ocurren del orden de $N_c \sim n_p \xi F t/\eta$ de estas colisiones, donde n_p es la densidad de centros de anclaje. El valor medio de desplazamiento transversal en una colisión es cero, por simetría. El desplazamiento cuadrático medio transversal total resulta entonces,

$$\langle \Delta^2 x\rangle \;=\; N_c\langle \delta^2 x\rangle \sim (n_p \xi F t/\eta)(A_p^2/F^2) = \frac{n_p \xi A_p^2}{\eta F} t \qquad (6.11)$$

Como la función respuesta de la velocidad transversal de un solo vórtice es simplemente $1/\eta$, podemos definir una temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ usando la relación de fluctuación-disipación generalizada de la ecuación 6.4. En este caso ésta toma la forma simple de una ley de Einstein generalizada $D_x = 2T^x_{\mathtt{ef}}/\eta$. Por lo tanto obtenemos, para $F \gg F_c$:

$$T^x_{\mathtt{ef}} \sim \frac{n_p \xi A_p^2}{F} \sim \frac{n_p \xi A_p^2}{\eta \langle v \rangle} \qquad F \gg F_c \tag{6.12}$$

resultado que coincide con la temperatura de shaking $T_{\mathtt{sh}}$ de Koshelev y Vinokur [29, 32]. La dependencia $T^x_{\mathtt{ef}} \propto A_p^2/F$ es entonces un resultado de vórtices no interactuantes. Cuando la fuerza impulsora F es cercana a F_c el argumento dado arriba debe modificarse, ya que entonces $\eta\langle v\rangle \ll F$. El tiempo para atravezar un centro de anclaje es muy grande $\delta t \sim \xi/\langle v\rangle \gg 1$. Durante este largo tiempo la fuerza transversal $\delta f_x \sim A_p/\xi$ sobre el vórtice, produciendo un desplazamiento cuadrático transversal del orden de $\langle \delta^2 x\rangle \sim \xi^2$, ya que la trayectoria de un vórtice al alcance del centro puede ser deflectada transversalmente casi completamente. Por lo tanto, a diferencia de lo que pasa a fuerzas altas, $\langle \delta^2 x\rangle$ no depende de la velocidad para $F \gtrsim F_c$. Como en el tiempo t ocurren ahora del orden de $N_c \sim n_p \xi \langle v\rangle t$ colisiones el desplazamiento cuadrático medio transversal total resulta entonces, para $F \gtrsim F_c$:

$$\langle \Delta^2 x\rangle \;\; = \;\; N_c \langle \delta^2 x\rangle \sim (n_p \xi \langle v\rangle t)(\xi^2) = n_p \xi^3 \langle v\rangle t \tag{6.13}$$

usando nuevamente la ley de Einstein generalizada $D_x = 2T^x_{\mathtt{ef}}/\eta$ obtenemos, para $F \gtrsim F_c$:

$$T^x_{\mathtt{ef}} \sim n_p \xi^3 \eta \langle v\rangle \qquad F \gtrsim F_c \tag{6.14}$$

Entonces a velocidades chicas $T^x_{\mathtt{ef}}$ crece linealmente con $\langle v\rangle$. Por lo tanto, igualando las ecuaciones 6.12 y 6.26, obtenemos estimativamente un valor de $\langle v\rangle \sim A_p/\xi$ donde $T^x_{\mathtt{ef}}$ tiene un máximo, separando los régimenes de baja y alta velocidad dados por las ecuaciones 6.26 y 6.12 respectivamente.

Justificaremos ahora en forma mas detallada la colisión de un vórtice contra un centro de anclaje, como se muestra esquemáticamente en la figura 6.7, en función de la fuerza impulsora F y del parámetro de impacto s. Como es usual consideraremos un estado inicial y final "asintóticos", fuera del alcance del potencial de anclaje. La ecuación de movimiento del vórtice es

$$\eta \mathbf{v}(t) = \mathbf{F} + \mathbf{f}_p(\mathbf{r}(t)) \tag{6.15}$$

donde $\mathbf{F} = F\hat{\mathbf{y}}$ es la fuerza impulsora y $\mathbf{f}_p$ es la fuerza que ejerce un centro de anclaje ubicado en $\mathbf{r}_p \equiv (x_p, y_p)$ sobre el vórtice en la posición $\mathbf{r} \equiv (x, y)$. Vamos a suponer un pozo de anclaje gaussiano,

$$\mathbf{f}_p(\mathbf{r}) = \frac{A_p}{\xi^2}(\mathbf{r_p} - \mathbf{r}) \exp\left[\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|^2}{2\xi^2}\right] \tag{6.16}$$

donde la longitud de coherencia ξ es el rango de anclaje y A_p es la amplitud de anclaje. Cuando el vórtice colisiona con un centro sufre un desplazamiento $\delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ respecto de la trayectoria del vórtice libre,

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_0 + \frac{\mathbf{F}}{\eta}\delta t + \delta\mathbf{r} \tag{6.17}$$

donde δt es el intervalo de tiempo que involucra la colisión completa. Para comparar ambas trayectorias tomaremos como condición inicial $y_p - y_0 \gg \xi$ y $x_p - x_0 = s$ (ver la figura 6.7). Es claro que $\delta\mathbf{r}$ será una función decreciente tanto del parámetro de impacto s como de la fuerza impulsora $\mathbf{F}$, como se puede visualizar en la figura 6.8(a) para fuerza F fija y parámetro de impacto s variable y en la figura 6.8(b) para fuerza F variable y parámetro de impacto s fijo. Debido a que los centros de anclaje están distribuídos aleatoria y uniformemente sobre la muestra (desorden puntual descorrelacionado) debemos considerar al parámetro de impacto como una variable aleatoria distribuída uniformemente en el rango de colisión considerado, y promediar los efectos de la colisión sobre s. Estudiaremos entonces la distribución de probabilidad resultante de $\delta\mathbf{r}$. Notemos que la naturaleza del desplazamiento $\delta\mathbf{r}$ será muy diferente en la dirección transversal x que en la longitudinal y. Mientras que δy es siempre negativo e independiente del signo de s (el pozo atrasa sistemáticamente al vórtice), el signo de δx es siempre opuesto al de s (ver figura 6.7(b)). Por la simetría cilíndrica del potencial de anclaje el desplazamiento transversal es positivo o negativo con igual probabilidad, por lo tanto $\langle\delta x\rangle = 0$ ($\langle ...\rangle$ significa promediado respecto de s). La colisión completa con un defecto produce un atraso sistemático del vórtice respecto de la trayectoria libre, por lo tanto $\langle\delta y\rangle < 0$. Como el potencial de anclaje es de corto corto alcance tendremos $\langle\delta^2 x\rangle < \infty$ y $\langle\delta^2 y\rangle < \infty$, siempre y cuando $F > F_c$, donde F_c es la fuerza crítica de desanclaje de un vórtice. En la figura 6.9 mostramos la dependencia con F de $\langle\delta^2 x\rangle$ (a), de $\langle\delta y\rangle$ (b) y de $\langle\delta^2 y\rangle$ (c). Éstas fueron obtenidas mediante simulaciones numéricas de la ecuación de movimiento 6.15 promediando sobre 1000 realizaciones distintas del parámetro de impacto s de la colisión.

Como vemos en la figura 6.9 a fuerzas altas la corrección a la trayectoria libre disminuye claramente como ley de potencia: $\langle\delta^2 x\rangle \propto F^{-2}$ (fig 6.9(a)), $\langle\delta y\rangle \propto F^{-2}$ (fig 6.9(b)) y $\langle\delta y\rangle \propto F^{-4}$ (fig 6.9(c)). Para fuerzas bajas $F \gtrsim F_c \approx 0.6$ se observan sin embargo desviaciones importantes. En la dirección longitudinal hay una tendencia de los momentos a divergir cuando $F \to F_c^+$ (ver 6.9(b)(c)). Ésto se debe a la cercanía de la bifurcación que ocurre en F_c en la que el centro del defecto se convierte en punto fijo estable de la dinámica. Cuando $s \ll \xi$ al vórtice le lleva mucho tiempo atravezar la zona de influencia del potencial y $\delta t(F) \to \infty$ cuando $F \to F_c$. Para la misma fuerza pero con $s \gg \xi$ en cambio, $\delta t(F) < \infty$ para $F \leq F_c$. Esto da lugar a un drámatico aumento de los momentos $\langle\delta y\rangle$ y $\langle\delta^2 y\rangle$ cuando $F \to F_c^+$. Por otro lado observamos que $\langle\delta^2 x\rangle$ disminuye respecto de la ley de potencia cuando $F \to F_c^+$. Ésto se debe a que para $F \gtrsim F_c$ $\delta^2 x \sim 0$ (el vórtice pasa prácticamente derecho) si $s \gg \xi$, mientras que $\delta^2 x \sim s^2$ si $s \sim \xi$. En la figura 6.9(a) vemos que $\langle\delta^2 x\rangle \sim \xi$ cuando $F \sim F_c$, desviándose de la ley de potencia $\langle\delta^2 x\rangle \sim F^{-2}$ válida para fuerzas altas. Por lo tanto el desplazamiento cuadrático medio *transversal* en

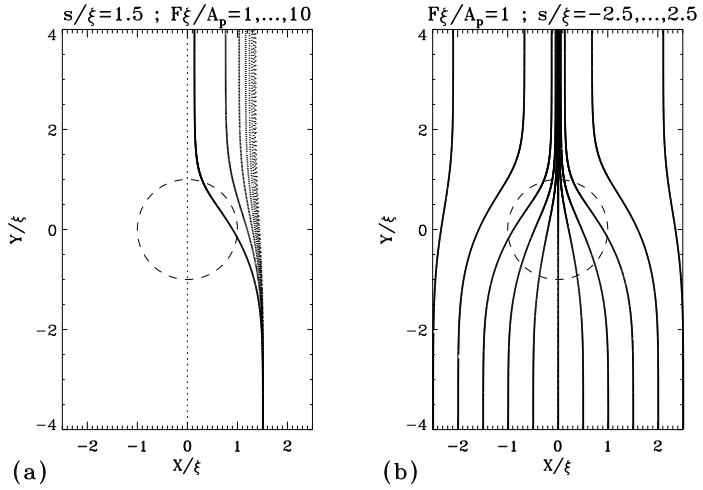


Figura 6.8: Dependencia de las trayectorias de colisión con la fuerza impulsora F y con el parámetro de impacto s. (a) Fijando s e incrementando $F > F_c$ las trayectorias se vuelven cada vez más rectas. (b) Fijando $F > F_c$ e incrementando $|s|$ las trayectorias son también más rectas. Se observa que las trayectorias tienden a "focalizarse" transversalmente en la coordenada transversal del centro de anclaje.

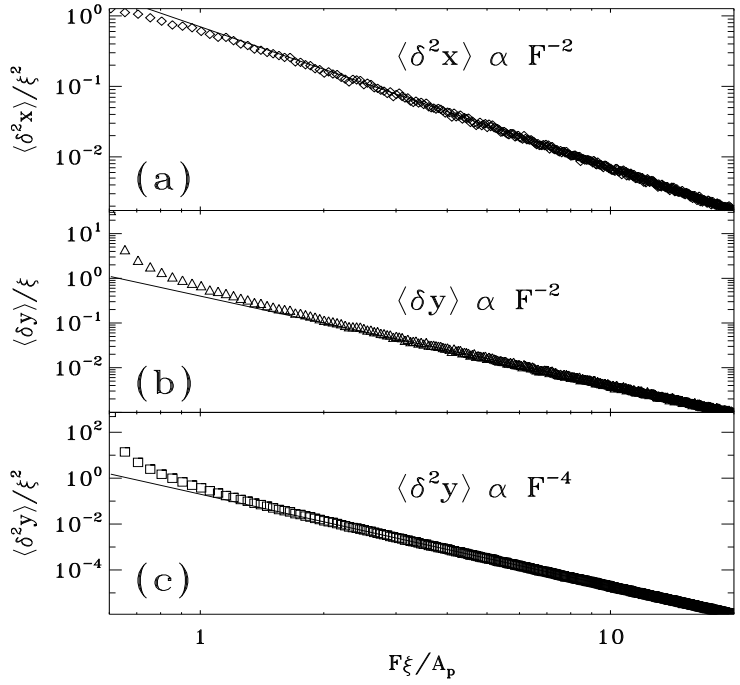


Figura 6.9: desplazamiento medio transversal y longitudinal desde el sistema de referencia del vórtice aislado producidos por la colisión con un centro de anclaje en función de la fuerza impulsora. Le efectividad del anclaje para torcer las trayectorias disminuye como ley de potencia con F, en ambas direcciones.

una sola colisión es siempre finito para $F \geq F_c$.

Para representar el movimiento de un vórtice en una muestra desordenada con muchos centros de anclaje consideramos ahora una secuencia de muchas colisiones. Estimaremos cual es el desplazamiento total $\Delta\mathbf{r} = \hat{\mathbf{x}}\Delta x + \hat{\mathbf{y}}\Delta y$ acumulado respecto de la trayectoria del vórtice libre (sin desorden). Si ocurren N_c colisiones entonces $\Delta\mathbf{r} = \sum_{i=0}^{N_c} \delta\mathbf{r}$, para una realización particular de la secuencia de parámetros de impacto $\{s_i\}$. Vamos a despreciar los posibles solapamientos de centros de anclaje en el área de la colisión. Con esta suposición es razonable considerar a los s_i como variables aleatorias independientes y distribuídas uniformemente, ya que el desorden está descorrelacionado. Es de esperar que todos los detalles del potencial no sean importantes para el cálculo de $\Delta\mathbf{r}$ y que los resultados obtenidos con este modelo describan características generales del movimiento de vórtices no-interactuantes en potenciales de anclaje desordenados con autocorrelación espacial de corto alcance. En la figura 6.10 mostramos varias trayectorias posibles para un vórtice entrando en una zona con muchos centros de anclaje y sufriendo varias colisiones. Vemos que un frente inicialmente plano y horizontal de condiciones iniciales se va localizando transversalmente en canales rugosos donde se concentra un mayor flujo de trayectorias.

Teniendo en cuenta que $\langle \delta x \rangle = 0$ y que $\langle \delta^2 x \rangle < \infty$ podemos usar el teorema central del límite para obtener la contribución dominante al desplazamiento transversal medio cuando $N_c \gg 1$,

$$\langle \Delta^2 x \rangle = N_c \langle \delta^2 x \rangle \tag{6.18}$$

mientras que para el desplazamiento longitudinal la contribución dominante es,

$$\langle \Delta y \rangle = N_c \langle \delta y \rangle \tag{6.19}$$

El desplazamiento neto longitudinal se puede interpretar en términos de una corrección a la velocidad media longitudinal respecto de la velocidad media del vórtice libre,

$$\langle \Delta v \rangle = N_c \langle \delta y \rangle / t \tag{6.20}$$

tal que $\langle v \rangle = \frac{F}{\eta} - \langle \Delta v \rangle$. El número de colisiones N_c después de un tiempo largo t es proporcional a la densidad de centros de anclaje n_p y al área total explorada a tiempos largos en la trayectoria del vórtice $A \approx \langle v \rangle t \xi$ (contribución dominante). Por lo tanto,

$$N_c \approx n_p \xi \langle v \rangle t \quad = \quad n_p \xi t \left(\frac{F}{\eta} - \langle \Delta v \rangle \right) \tag{6.21}$$

Usando la ecuación 6.20 podemos expresar a N_c en términos de $\langle \delta y \rangle$:

$$N_c \approx \frac{n_p \xi F t}{\eta (1 + n_p \xi \langle \delta y \rangle)} \tag{6.22}$$

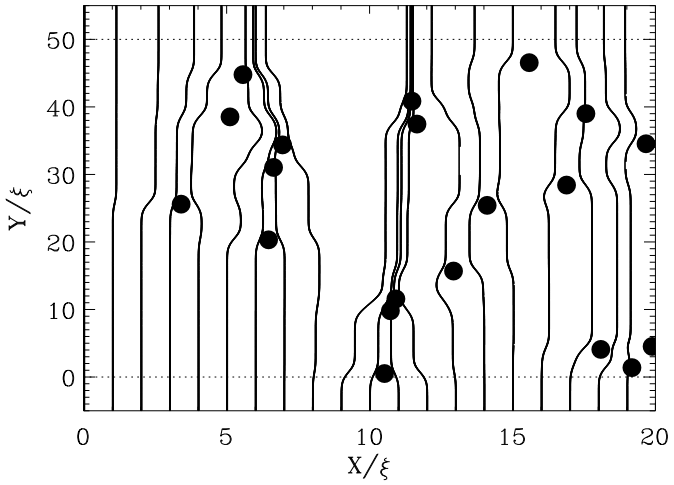


Figura 6.10: Trayectorias típicas de un vórtice aislado en una muestra con varios centros de anclaje.

Por lo tanto,

$$\langle \Delta^2 x \rangle = \frac{n_p \xi F \langle \delta^2 x \rangle}{\eta(1 + n_p \xi \langle \delta y \rangle)} t = D_x(F) t \tag{6.23}$$

donde hemos definido la constante de difusión transversal $D_x(F)$. La corrección $\langle \Delta v \rangle$ en términos de los desplazamientos medios producidos en una colisión simple es

$$\langle \Delta v \rangle = \frac{n_p \xi F \langle \delta y \rangle}{\eta(1 + n_p \xi \langle \delta y \rangle)} \tag{6.24}$$

Vemos entonces que el movimiento del vórtice con anclaje respecto del sistema de referencia sujeto al vórtice libre es *difusivo* en la dirección transversal y *balístico* en la dirección longitudinal. Como la función respuesta de la velocidad de un solo vórtice es simplemente $1/\eta$ en ambas direcciones podemos definir una temperatura efectiva $T^x_{\mathtt{ef}}$ en la dirección transversal usando la relación de fluctuación disipación generalizada de la ecuación 6.4, que toma en este caso la forma simple de una ley de Einstein generalizada $D_x = 2T^x_{\mathtt{ef}}/\eta$. Podemos obtener entonces una expresión para la temperatura efectiva transversal en términos de los desplazamientos medios sufridos por un vórtice en una colisión simple con un centro de anclaje,

$$T^x_{\mathtt{ef}} = \frac{n_p \xi F \langle \delta^2 x \rangle}{2(1 + n_p \xi \langle \delta y \rangle)} \tag{6.25}$$

Vemos entonces que a tiempos largos el potencial de anclaje produce sobre el vórtice impulsado una difusión transversal, ecuación 6.23, con una temperatura

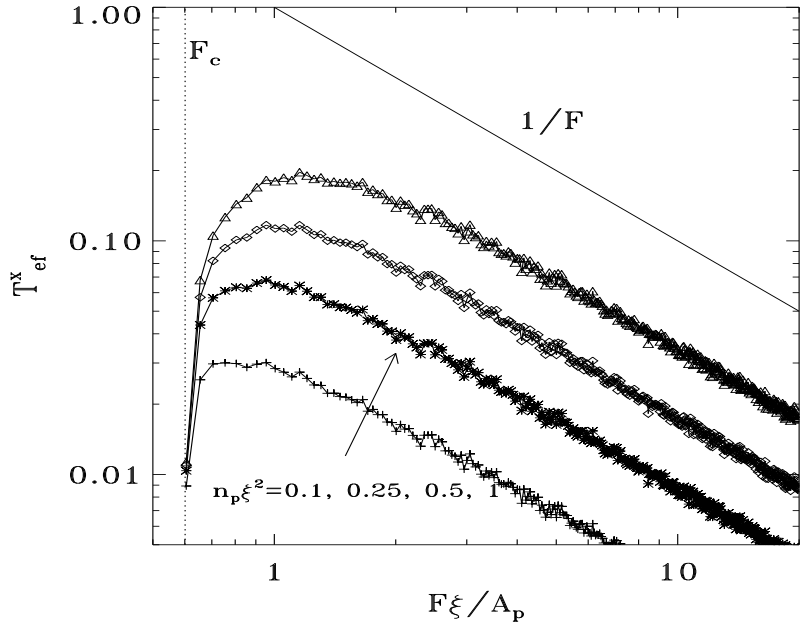


Figura 6.11: Temperatura efectiva transversal para vórtices no interactuantes en función de la fuerza F, derivada usando el modelo de colisiones.

efectiva transversal asociada, ecuación 6.25, y una disminución en la velocidad media respecto del movimiento del vórtice libre (sin anclaje), ecuación 6.24.

En las figuras 6.11 y 6.12 mostramos $T^x_{\mathtt{ef}}$ vs F y vs $\langle v\rangle$ respectivamente, obtenidas usando la ecuación 6.25 a partir de los valores $\langle\delta^2 x\rangle$ y $\langle\delta y\rangle$ calculados (mostrados en 6.9(a)). En la figura 6.13 mostramos la corrección a la velocidad media dada por la ecuación 6.24. Mostramos los resultados para varias densidades de centros de anclaje.

En la figura 6.11 vemos que $T^x_{\mathtt{ef}}$ es cero en F_c ($\langle v\rangle = 0$), e incrementando F tiene primero un máximo dependiente de la densidad de anclaje y luego disminuye siguiendo una clara ley de potencia $1/F$ a fuerzas altas. Que $T^x_{\mathtt{ef}}$ sea cero en F_c es razonable ya que cuando cesa el movimiento en la dirección longitudinal también lo hacen las colisiones por unidad de tiempo y por lo tanto también termina la difusión transversal, provisto por el hecho de que $\langle\delta^2 x\rangle$ satura a un valor finito en F_c. La existencia del máximo ya la habíamos anticipado mediante el análisis dimensional del principio de esta sección, ecs. 6.12, 6.26. Como se puede apreciar en la figura 6.12 el máximo de $T^x_{\mathtt{ef}}$ cercano a F_c está asociado a la condición $\eta\langle v\rangle = A_p/\xi$ (notar que graficando $T^x_{\mathtt{ef}}$ vs $\langle v\rangle$ el máximo aparece aproximadamente en la misma ubicación, independientemente de la densidad de anclaje). Esta condición está a su vez asociada a $\langle\delta y\rangle \approx \sqrt{\langle\delta^2 x\rangle}$, que ocurre cuando la magnitud del desplazamiento transversal es del orden de la magnitud del desplazamiento longitudinal en una colisión. Es interesante notar entonces, que como la magnitud de las fluctuaciones de la velocidad es en este punto similar en ambas direcciones, es muy plausible que el mismo sea también un punto de ruido isotrópico. La caída $T^x_{\mathtt{ef}} \sim A_p^2/F \sim A_p^2/\eta\langle v\rangle$ a

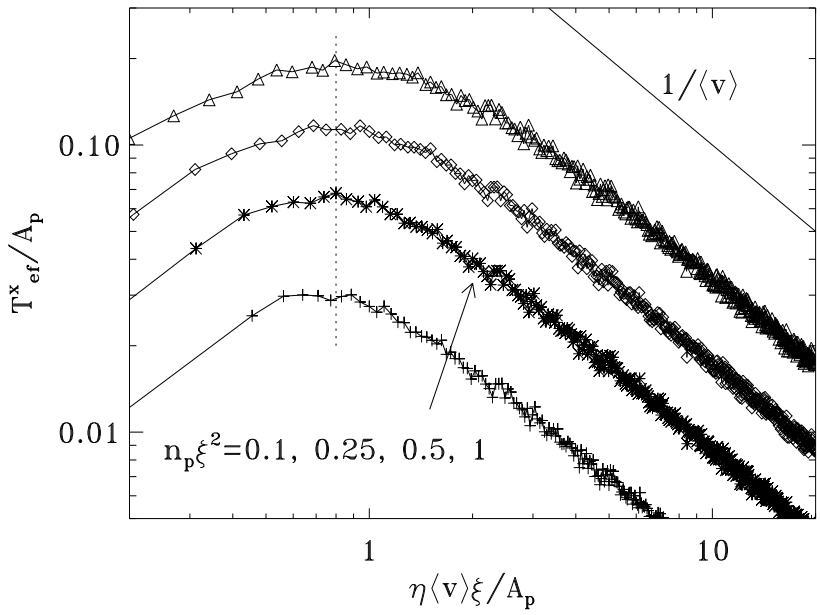


Figura 6.12: Temperatura efectiva transversal para vórtices no interactuantes en función de la velocidad media $\langle v \rangle$, derivada usando el modelo de colisiones.

fuerzas altas es consecuencia directa de que la eficiencia de la colisión en la dirección transversal está medida por $\langle \delta^2 x \rangle \sim F^{-2}$ por colisión, como muestra la figura 6.9(a). Como el número de colisiones crece linealmente con F a tiempos grandes obtenemos la dependencia $1/F \sim 1/\langle v \rangle$ para la temperatura efectiva transversal. Usando en la ecuación 6.25 que a fuerzas altas $\langle \delta^2 x \rangle \sim A_p^2 F^{-2}$, y despreciando $\langle \delta y \rangle$ frente a 1 en el denominador, obtenemos la siguiente expresión para $T^x_{\mathtt{ef}}$:

$$T^x_{\mathtt{ef}} \sim \frac{n_p \xi A_p^2}{F} \sim \frac{n_p \xi A_p^2}{\eta \langle v \rangle} \tag{6.26}$$

Esta expresión coincide con la de la ecuación 6.12 obtenida mediante un simple análisis dimensional y con la expresión de la temperatura de shaking $T_{\mathtt{sh}}$ de Koshelev y Vinokur [29]. Esto justifica mejor el resultado de que $T_{\mathtt{sh}}$ es un resultado de un sólo vórtice [32]. Por tanto $T_{\mathtt{sh}}$ no es aplicable al caso de vórtices interactuantes, aunque el movimiento sea incoherente, como ya notamos en la sección 6.3.2 en relación al resultado del inset de la figura 6.5.

En la figura 6.13 mostramos la corrección $\langle \Delta v \rangle$ a la velocidad media debida al anclaje en función de F para varias densidades de anclaje. Vemos que en $F_c \sim 0.6$ todas las curvas se juntan en el punto $\eta \langle \Delta v \rangle = F_c$. Esto se debe simplemente a que F_c no depende de la densidad de centros de anclaje para vórtices no interactuantes y por lo tanto $\eta \langle v \rangle = F_c - \eta \langle \Delta v \rangle = 0$ para todas las densidades. Sin embargo hay que hacer notar aquí que nuestros cálculos dejan de valer a densidades muy altas cuando la probabilidad de solapamiento de centros de anclaje se hace grande.

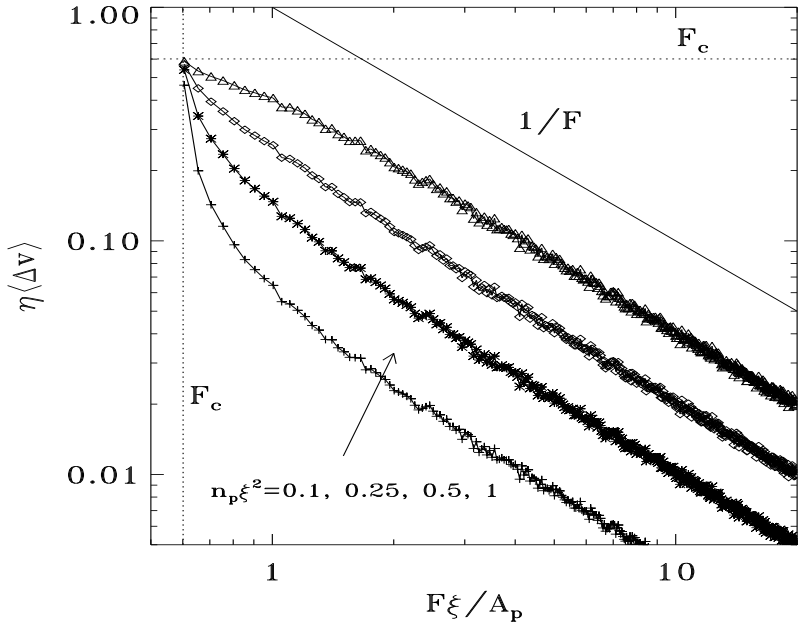


Figura 6.13: Corrección $\langle\Delta v\rangle$ a la velocidad media de vórtices no interactuantes en función de la fuerza para diferentes densidades de centros de anclaje. La velocidad media del vórtice sobre el potencial de anclaje es $\langle v\rangle = F/\eta - \langle\Delta v\rangle$.

Sin embargo, como mencionamos anteriormente, este efecto podría ser incluído en forma efectiva y en primera aproximación tratando a A_p como variable aleatoria (aunque en el caso de extremo solapamiento el esquema de colisiones desarrollado aquí deja de valer). Dentro del rango de validez de nuestro modelo vemos en la figura 6.13 que $\langle\Delta v\rangle$ es mayor cuanto mayor es la densidad de centros de anclaje, pero que la transición de desanclaje es más abrupta cuando menor sea la densidad de anclaje. A fuerzas suficientemente altas todas las curvas presentan idéntico decaimiento $1/F$, como ocurre con $T^x_{\mathtt{ef}}$.

6.4.3 Se puede definir $T^x_{\mathtt{ef}}$ a altas velocidades?

Los trabajos de las referencias [30, 31, 32] coinciden en que en dimensiones menores o iguales a tres el orden de largo alcance de la red de vórtices en movimiento es siempre destruído, aún a velocidades altas. No hay, sin embargo, un acuerdo respecto de cual sería (si ya no un cristal en movimiento) la naturaleza de la fase resultante de alta velocidad. En tres dimesiones Le Doussal y Giamarchi [30] proponen la existencia de una estructura topológicamente ordenada en movimiento denominada "moving Bragg glass". Para esta propuesta Le Doussal y Giamarchi se basan en la autoconsistencia elástica de un modelo efectivo para la red de vórtices. Balents, Marchetti y Radzihovsky [31] critican el modelo efectivo de Le Doussal y Giamarchi (que resulta ser elásticamente autoconsistente) y conjeturan que el único orden que sobrevive es uno esméctico, al que entonces estudian usando otro modelo efectivo

donde el acoplamiento elástico longitudinal entre canales es removido de entrada. En dos dimensiones (o a corrientes intermedias en $d = 3$) por otro lado, aunque la inestabilidad de la red de vórtices ante defectos topológicos no es cuestionada, tampoco se ha logrado un acuerdo sobre la naturaleza resultante de la fase dinámica de alta velocidad. Le Doussal y Giamarchi [30] proponen el "moving transverse glass": una estructura con orden esméctico que tiene una corriente crítica de desanclaje transversal a $T = 0$. En cambio Balents, Marchetti y Radzihovsky [31] proponen el "driven smectic" (en dos dimensiones con orden transversal de corto alcance): una estructura con orden esméctico que no presenta una corriente crítica de desanclaje transversal, debido a la existencia de "modos de permeabilidad". Éstos modos implican la difusión *normal* de vórtices en la dirección transversal [31] a altas velocidades longitudinales.

El repaso hecho arriba sirve para poner en contexto la importante discusión de si es posible o no definir una temperatura efectiva transversal a altas velocidades, en el sólido transversal en movimiento. Está claro que para poder definir una $T^x_{\mathtt{ef}}$ asociada a una escala de tiempo larga usando la ecuación 6.4, necesitamos que: (1) $\Delta_x(t)$ (ec.6.5) y $\chi_x(t)$ (ec.6.3) no estén ambos acotados a la vez, para poder encontrar una pendiente en el gráfico $\chi_x(t)$ vs $\Delta_x(t)$; (2) Respuesta lineal: es decir que $\chi_x(t)$ bien definido, $\overline{\langle A_x(t)\rangle_\epsilon - \langle A_x(t)\rangle_{\epsilon=0}} \sim \chi_x(t)\epsilon$ para $\epsilon \to 0$; (3) $\chi_x(t) \approx a\Delta_x(t) + b$ a tiempos largos, con a y b constantes, para poder definir una $T^x_{\mathtt{ef}}$ independiente del tiempo según la ecuación 6.4.

A $T = 0$ está claro que no se cumple (1), ya que como mostramos en el capítulo 3, cesan todos los saltos de vórtices entre canales y $\Delta_x(t) \sim cte$ a tiempos largos. En la simulación a $T = 0$ también hemos encontrado que la respuesta $\chi_x(t)$ satura a tiempos largos. Por lo tanto la relación de fluctuación disipación del sólido transversal en movimiento a $T = 0$ termina en un punto de acumulación y no es posible definir $T^x_{\mathtt{ef}}$. Cabe preguntarnos entonces si ésto es una limitación particular de $T = 0$ únicamente. Por ejemplo, si a $T \neq 0$ existieran los modos de permeabilidad predichos en [31] para el "driven smectic", sabemos que las condiciones (1) y (2) se cumplirían automáticamente [31]. En esta situación, si además vale la condición (3), es perfectamente posible definir $T^x_{\mathtt{ef}}$ en base a ec. 6.4. Por otro lado, si a $T \neq 0$ no existieran los modos de permeabilidad del "driven smectic", y en cambio hubiera una corriente crítica transversal como ocurre en el "moving transverse glass" de Le Doussal y Giamarchi, no es fácil ver si se cumplen o no las condiciones (1) y (2). Una corriente crítica transversal a $T \neq 0$ implica que la curva fuerza-velocidad en la dirección transversal es *no lineal* a fuerzas chicas, del tipo $V_t \sim \epsilon^\delta$ con $\delta > 1$. Esto viola aparentemente la condición (2) de respuesta lineal [2]. Si es así no podríamos definir $T^x_{\mathtt{ef}}$ en el "moving transverse glass". Un simple ejemplo sirve para mostrar que la situación no es necesariamente así. Supongamos que vale la condición (2) de respuesta lineal, con $\chi_x(t)$ bien definido, y supongamos que tiene una dependencia del tipo $\chi_x(t) \sim t^\gamma$ a tiempos largos, con $0 < \gamma < 1$. Si una misma y muy pequeña fuerza transversal ϵ actúa sobre todos los vórtices, el voltaje transver-

[2] Notemos que en el caso no impulsado, si la fase estática fuera por ejemplo el vidrio de Bragg o el vortex glass, también tendríamos una curva fuerza-velocidad no lineal a fuerzas chicas, debido a la existencia de barreras divergentes para el creep de vórtices cuando la corriente $J \to 0$.

sal instantáneo (o velocidad transversal media instantánea) $v_t(t)$ en respuesta a la misma se puede obtener de $\chi_x(t)$ de la siguiente forma: $v_t(t) \approx \epsilon d\chi_x(t)/dt \sim \epsilon t^{\gamma-1}$. El voltaje transversal *instántáneo* es entonces *lineal* con ϵ. Sin embargo el voltaje medio $V_t = \frac{1}{T}\int_0^T v_t(t)dt \sim \epsilon T^{\gamma-1} \to 0$ para $T \to \infty$. Ésto es consistente con una curva velocidad-fuerza *no lineal* en la dirección transversal a fuerzas pequeñas, de la forma $V_t \sim \epsilon^\delta$ con $\delta > 1$, como es predicho para el "moving transverse glass". Por lo tanto que la curva fuerza-velocidad transversal sea no lineal no significa necesariamente que se viole la la condición (2) de respuesta lineal. La confusión proviene de no notar que aunque $\chi_x(t)$ esté bien definida, y por lo tanto que haya respuesta lineal, ésta puede tener componentes de Fourier nulas. En particular, en nuestro simple ejemplo mostramos que $V_t \propto \epsilon\chi(\omega = 0) = 0$ a primer orden en ϵ, y por lo tanto V_t vs ϵ es no lineal. Es muy interesante notar que si tuviéramos una dependencia de $\chi_x(t)$ como la del simple ejemplo que dimos, provista la validez de la condición (3) podríamos definir perfectamente una temperatura efectiva tranversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ y la difusión transversal sería *anómala* (por ser proporcional a $\chi_x(t)$).

Vemos entonces que tanto en el "driven smectic" de [31] como en el "moving transverse glass" de [30] no hay, en principio, incompatibilidades con la definición de una temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ a partir de la ecuación 6.4. Nos atrevemos a conjeturar que, si es posible determinar $T^x_{\mathtt{ef}}$, su dependencia con la temperatura externa T debería ser distinta a la que presenta la fase fluída de bajas velocidades, donde encontramos $T^x_{\mathtt{ef}}(T) = T^x_{\mathtt{ef}}(0) + T$. Nos basamos en que a altas velocidades el único mecanismo que puede dar lugar a difusión transversal son las fluctuaciones térmicas ya que cuando $T \to 0$ caemos en el sólido transversal en movimiento presentado en el capítulo 3. Una dependencia "multiplicativa" del tipo $T^x_{\mathtt{ef}}(V,T) = Tf(V)$ podría ser una posibilidad simple que tenga en cuenta que la difusión transversal a altas velocidades necesita de la activación térmica. Notemos de paso que en las descripciones hidrodinámicas de la red de vórtices en movimiento de las refs. [30, 31, 32], la temperatura renormalizada es multiplicativa con la temperatura externa. Actualmente estamos realizando simulaciones a $T \neq 0$ para ver si podemos determinar la temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ a altas velocidades. Creemos que de poder hacerlo, podríamos precisar mejor la naturaleza de la transición de congelamiento transversal a $T \neq 0$.

6.4.4 Conclusiones

Estudiamos numéricamente funciones de correlación y funciones respuesta en redes de vórtices impulsadas fuera del equilibrio sobre potenciales de anclaje aleatorios. A partir de una relación de fluctuación-disipación generalizada calculamos una temperatura efectiva transversal $T^x_{\mathtt{ef}}$ en la fase fluída en movimiento. A diferencia de la temperatura de shaking $T_{\mathtt{sh}}$ de Koshelev y Vinokur [29] la definición de $T^x_{\mathtt{ef}}$ propuesta tiene en cuenta toda la información en su dependencia con la escala de tiempo y permite una interpretación termodinámica de la misma. Encontramos, sin embargo, que $T^x_{\mathtt{ef}}$ cumple con algunas propiedades importantes de $T_{\mathtt{sh}}$, como la de ser aditiva con la temperatura externa $T^x_{\mathtt{ef}}(T) = T^x_{\mathtt{ef}}(0) + T$ y la propiedad de que el congelamiento dinámico ocurrra cuando $T^x_{\mathtt{ef}}(T) = T_m$, donde T_m es la temperatura de fusión de equilibrio del sistema sin anclaje. Encontramos que las correlaciones de corto alcance dan una dependencia con la amplitud del anclaje A_p no trivial, distinta de la predicha para $T_{\mathtt{sh}}$ en [29]. Demostramos además que el valor de $T_{\mathtt{sh}}$ corresponde a $T^x_{\mathtt{ef}}$ sólo en el límite de vórtices no interactuantes. La fórmula de Kubo generalizada sugiere que $T^x_{\mathtt{ef}}$ podría ser obtenida experimentalmente de mediciones del ruido en el voltaje y de la resistividad transversal instantánea [3]. Sería interesante usar tales experimentos para probar cuantitativamente la transición de congelamiento dinámico. Finalmente, ponemos énfasis en que una teoría dinámica completa del sistema de vórtices en movimiento debería capturar las características descriptas en este trabajo.

Quedan abiertas cuestiones muy importantes, como la de calcular una temperatura efectiva para fuerzas grandes, en el sólido transversal, y para fuerzas muy chicas, en el régimen de creep. El estudio en el límite estático de la relajación de no equilibrio es otra cuestión primordial que nos permitiría enriquecer el concepto de vidrio de vórtices, poniéndolo en el contexto teórico emergente de la dinámica de sistemas vidriosos en general [86].

Parte de los resultados descriptos en este capítulo fueron publicados en [127] en colaboración con Raphael Exartier, Leticia Cugliandolo y Niels Grønbech-Jensen. Agradecemos las estimulantes discuciones con A. Barrat, L. Berthier, J. Kurchan, T. Giamarchi, P. Le Doussal, M. C. Marchetti y V. M. Vinokur.

[3] Las mediciones de ruido en el voltaje podrían depender de la configuración de los contactos, ver por ejemplo [149]. Para probar correctamente la fórmula de Kubo los mismos contactos de voltaje tienen que ser usados para las mediciones de las fluctuaciones espontáneas del voltaje transversal y de resistencia transversal. Un cuidadoso alineamiento de los contactos en la dirección perpendicular a la corriente será crucial.

Capítulo 7

Relajación fuera del equilibrio en sistemas desordenados con estados fuertemente localizados

Estudiamos la relajación lenta de no equilibrio en sistemas desordenados con estados electrónicos fuertemente localizados mediante simulaciones de Monte Carlo del modelo del vidrio de Coulomb de Efros y Schklovskii. Estudiando funciones de autocorrelación de dos tiempos $C(t,t_w)$ encontramos que a temperaturas suficientemente bajas este sistema cae fuera de equilibrio y presenta envejecimiento simple, $C(t,t_w) \sim f(t/t_w)$, donde t_w es el tiempo de espera o "edad" del sistema. Aumentando la temperatura los efectos de envejecimiento desaparecen, recuperándose la estacionaridad. Los resultados obtenidos están de acuerdo con experimentos recientes en semiconductores dopados y podrían también describir la relajación del vidrio de Bose de vórtices en superconductores con defectos columnares, en el régimen de variable-range-hopping, para campos magnéticos $H_{c1} \ll B < B_\Phi$, donde B_Φ es el campo de encaje.

7.1 Introducción

Los vidrios están caracterizados por una relajación temporal al equilibrio muy lenta, no exponencial, con un tiempo característico que puede exceder apreciablemente el tiempo de observación. Como consecuencia, la invariancia ante traslaciones temporales se pierde y fenómenos de envejecimiento se hacen observables, donde las propiedades estáticas y dinámicas pueden depender de la "edad" del sistema, definida como el tiempo de espera t_w desde que el sistema fue preparado para la medición. Aunque en distintos materiales el mecanismo que da lugar a esta *dinámica lenta de no equilibrio* es variado, y muchas veces no evidente, importantes avances se han logrado estudiando analíticamente la dinámica lenta en modelos esquemáticos (ver [86] y sus referencias).

En experimentos recientes en semiconductores dopados con muy baja concentración de donores ha sido observado un comportamiento no ergódico, con relajación lenta y efectos de memoria y envejecimiento [150, 151, 152, 153, 154]. En

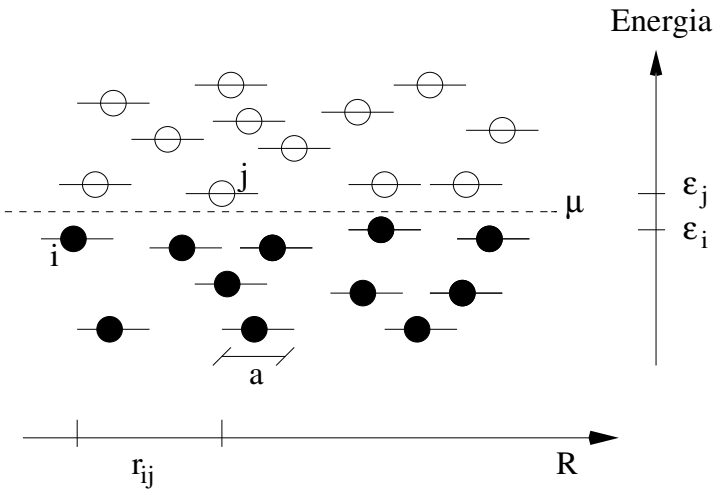


Figura 7.1: Esquema ilustrativo de la banda de impurezas en un aislador de Anderson. μ indica el nivel de Fermi y a el radio de localización de Anderson de las funciones de onda de un electrón. Cuando la densidad N_D de sitios (donores) es $N_D a^3 \ll 1$ la banda puede tratarse clásicamente. Las interacciones Coulombianas hacen que los niveles (clásicos) de una partícula dependan de toda la configuración electrónica dando lugar a importantes restricciones a la densidad de estados de una partícula cerca del nivel de Fermi.

este capítulo analizaremos la relajación de no equilibrio de este sistema electrónico desordenado usando el modelo de Efros y Schklovskii [155] . Describiremos primero brevemente la física básica de este sistema, conocido como *vidrio de Coulomb* o vidrio de electrones [156]. Luego describiremos en detalle los resultados experimentales y la analogía con el vidrio de Bose [19, 157] de vórtices en el régimen de "*variable-range-hopping*" (VRH).

7.2 Electrones localizados interactuantes

7.2.1 *gap* de Coulomb

El sistema desordenado en cuestión es a bajas temperaturas una buena realización de un aislador de Anderson, donde los estados electrónicos cerca del nivel de Fermi están fuertemente localizados formando la denominada *banda clásica de impurezas* [158]. Un esquema ilustrativo de la misma se muestra en la figura 7.1. La baja concentración de donores $N_D a^3 \gg 1$ comparada con la longitud de localización a de Anderson hace que esta banda pueda ser tratada clásicamente (y que se pueda también despreciar la interacción espín-espín entre electrones localizados en donores vecinos). Suponiendo un semiconductor tipo-n, con concentración de aceptores $N_A < N_D$, e ignorando los efectos cuánticos, el Hamiltoniano que gobierna al sistema es básicamente la energía de interacción electrostática,

$$H = \frac{e^2}{\kappa}\left[\sum_{i\neq j}\frac{(1-n_i)(1-n_j)}{r_{ij}} - \sum_{i,\nu}\frac{(1-n_i)}{r_{i\nu}} + \frac{1}{2}\sum_{\nu\neq\gamma} r_{\nu\gamma}^{-1}\right] \qquad (7.1)$$

donde e es el valor absoluto de la carga del electrón, κ es la constante dieléctrica, $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ con $\mathbf{r}_i$ y $\mathbf{r}_j$ las posiciones de los donores y $\mathbf{r}_\nu$ y $\mathbf{r}_\gamma$ son las posiciones de los aceptores. La ocupación es $n_i = 1$ si el donor i está ocupado (neutro) y $n_i = 0$ si esta vacío (positivamente ionizado). Suponemos que la temperatura es suficientemente baja como para poder despreciar saltos activados a la banda de conducción y la doble ocupación de donores. Entonces, un sitio donor está ocupado y neutral, o vacío y positivamente cargado, mientras que los aceptores han capturado todos un electrón volviéndose negativos. El primer término de la ecuación 7.1 representa por lo tanto la interacción Coulombiana entre donores, cuyas cargas pueden variar. El segundo término, que representa la interacción de donores con aceptores, puede pensarse como la interacción de los sitios donores con un potencial estático desordenado creado por los aceptores negativamente cargados. El tercer término no involucra las variables dinámicas n_i y representa la energía de interacción entre sitios aceptores.

A bajas temperaturas el sistema en equilibrio estará descripto por un conjunto $\{n_i\}$ que minimice H (ec. 7.1), con la condición de que el número total de electrones, $\sum_i n_i$, corresponda a un grado de compensación dado que garantice la neutralidad de todo el sistema. Es conveniente plantear este problema en términos de las energías de una partícula en los sitios donores,

$$\epsilon_i = \frac{e^2}{\kappa}\left[\sum_\nu \frac{1}{r_{i\nu}} - \sum_{j\neq i} \frac{1-n_j}{r_{ij}}\right] \tag{7.2}$$

donde $-\epsilon_i/e$ representa claramente el potencial creado en el donor i debido a todas las otras cargas del sistema. El Hamiltoniano de la ecuación 7.1 entonces se puede reescribir,

$$H = \frac{e^2}{\kappa}\left[\sum_i \epsilon_i n_i + \frac{1}{2}\sum_{\nu\neq\gamma} r_{\nu\gamma}^{-1}\right] \tag{7.3}$$

Minimizando $\tilde{H} = H - \mu\sum_i n_i$ a un dado valor del potencial químico μ (determinado exigiendo la condición de neutralidad) se ve de inmediato que la condición de que haya un incremento positivo de $\tilde{H}$ como resultado de cambiar un número de ocupación n_i implica que $n_i = \Theta(\mu - \epsilon_i)$, donde Θ es la función de Heaviside. La densidad de estados $g(\epsilon)$ y el nivel de Fermi μ son las características principales de la banda clásica de impurezas, a partir de las cuales se pueden calcular importantes propiedades de baja temperatura de los semiconductores dopados tales como la dependencia con temperatura de la conductancia, calor específico, etc. En el caso de una distribución aleatoria de impurezas la estructura de la banda está completamente determinada por la concentración de donores N_D y el grado de compensación $K = N_A/N_D$, donde N_A es la concentración de aceptores. Efros y Shklovskii mostraron en forma muy general y simple que las interacciones coulombianas imponen importantes restricciones adicionales sobre $g(\epsilon)$ [159]. Supongamos que en el estado fundamental el sitio i está ocupado por un electrón mientras que el sitio j está vacío. El cambio de energía de mover el electrón de i a j es,

$$\Omega_i^j = \epsilon_j - \epsilon_i - e^2/\kappa r_{ij} \tag{7.4}$$

Esto puede entenderse dividiendo el proceso en dos pasos. En el primero llevamos el electrón de i hasta el infinito. El cambio total de energía es entonces $-\epsilon_i$. En el segundo paso llevamos el electrón desde el infinito hasta el sitio j. La energía necesaria para este segundo paso sería ϵ_j si el sistema estuviera en el estado fundamental con el sitio i ocupado. Sin embargo, como acabamos de desocupar el sitio i en el primer paso, habrá una atracción extra de magnitud $e^2/\kappa r_{ij}$ sobre el electrón, proveniente de la carga del sitio i, explicando la presencia del último término de 7.4. Como queremos que el estado fundamental sea estable respecto de cualquiera de estos procesos de un electrón, el cambio de energía Ω_i^j debe ser positivo. Por lo tanto la desigualdad

$$\epsilon_j - \epsilon_i - e^2/\kappa r_{ij} \geq 0 \tag{7.5}$$

debe valer para todos los sitios i ocupados y todos los sitios j vacíos del sistema. Efros y Shklovskii mostraron que esta condición conduce a una reducción esencial en $g(\epsilon)$ en la vecindad del nivel de Fermi denominada *Coulomb* gap. Para ver ésto consideremos un intervalo de ancho ϵ alrededor del nivel de Fermi. Es decir consideremos todos los sitios que cumplen,

$$\epsilon_j - \epsilon_i < \epsilon \tag{7.6}$$

De la condición 7.5 sale que la distancia entre el sitio ocupado y el desocupado no puede ser menor que $e^2/\kappa\epsilon$. Por lo tanto la concentración $N(\epsilon)$ de sitios dentro del intervalo ϵ no puede exceder $\epsilon^d\kappa^d/e^{2d}$, con d la dimensión de espacio. Entonces la densidad de estados $g(\epsilon) = dN/d\epsilon$ no puede exceder $\epsilon^{d-1}\kappa^d/e^{2d}$. Como una reducción mas fuerte que ϵ^{d-1} no es autoconsistente tenemos que,

$$g(\epsilon) = \alpha_d|\epsilon - \mu|^{d-1}\kappa^d/e^{2d} \tag{7.7}$$

donde ϵ es una energía de una partícula y α_d es una constante adimensional. Estimaciones cuantitativas de $g(\epsilon)$ usando el método de la ecuación auto-consistente [160] o mediante simulaciones numéricas [161] muestran que $\alpha_2 = 2/\pi$ y $\alpha_3 = 3/\pi$. Es de notar que el argumento usado para obtener evidencia del *gap* de Coulomb aquí es la estabilidad del estado del sistema ante procesos de hopping de un electrón, y por lo tanto es un estado *pseudofundamental*. Estudios mas cuidadosos y complicados muestran sin embargo que el requerimiento de estabilidad ante las transiciones de muchos electrones, que corresponde exigir al verdadero estado fundamental, no cambia cualitativamente el resultado 7.7 [159].

Algo muy interesante del *gap* de Coulomb en la densidad de estados de una partícula es que se trata de una propiedad casi universal, que depende únicamente del hecho de que las interacciones sean de largo alcance pero es independiente de los detalles del modelo en estudio. En particular Täuber *et. al.* [157] encontraron un "*gap* de Coulomb" en la densidad de estados de una partícula (vórtice) en una muestra superconductora de BSCCO en la fase del vidrio de Bose, usando las posiciones de los defectos columnares y de las líneas de vórtice obtenidas simultáneamente mediante experimentos de decoración magnética [162, 163] . Discutiremos este motivante resultado en la sección 7.3.2.

7.2.2 Conductividad

El *gap* de Coulomb se debería manifestar en la conducción dc de variable range hopping (VRH). El mecanismo de VRH fue originalmente propuesto por Mott bajo la suposición de que la densidad de estados de una partícula sea una constante $g(\epsilon) \sim g_0$ cerca del nivel de Fermi. La derivación de Mott [164], que vale la pena reproducir por su sencillez y gran contenido físico, es básicamente la siguiente. Si consideramos una banda de energía de ancho Γ cerca del nivel de Fermi, la distancia media R entre estados electrónicos dentro de la banda está dada por la relación

$$g_0 R^d \Gamma \approx 1 \tag{7.8}$$

donde d es la dimensión. La conductancia de hopping asistido por fonones de electrones entre sitios será entonces proporcional a

$$\exp(-2R/a - \Gamma/kT) \tag{7.9}$$

donde a es el radio de localización. El primer término en el exponente describe el *tunneling* y el segundo la probabilidad de activación. Usando la relación 7.8 la máxima conducción se obtiene para,

$$\Gamma_{\frac{1}{d+1}} \approx kT \left(\frac{T_{\frac{1}{d+1}}}{T} \right)^{\frac{1}{d+1}} \tag{7.10}$$

donde $kT_{1/d+1} = \beta_0 / g_0 a^3$, con β_0 un factor numérico. La longitud de hopping óptimo para esta banda es

$$R_{\frac{1}{d+1}} \approx a \left(\frac{T_{\frac{1}{d+1}}}{T} \right)^{\frac{1}{d+1}} \tag{7.11}$$

y por lo tanto, substituyendo en la ecuación 7.8 obtenemos la conocida *Ley de Mott*:

$$\sigma \propto \exp\left[-\left(\frac{T_{\frac{1}{d+1}}}{T} \right)^{\frac{1}{d+1}} \right] \tag{7.12}$$

La corrección debida al *gap* de Coulomb se hace importante a bajas temperaturas, cuando $\Gamma_{1/d+1}$ se vuelve menor que el ancho Δ del *gap*. La relación entre Γ y R no está mas dada por la ecuación 7.8. En cambio, reemplazando g_0 en 7.8 por $g(\Gamma)$ de la ecuación 7.7 encontramos que la distancia media está dada por,

$$R \approx \frac{e^2}{k\Gamma} \tag{7.13}$$

independiente de la dimensión d y de g_0, solamente determinada por la interacción Coulombiana. Repitiendo la derivación de Mott con esta relación entre Γ y R llegamos a que la conducción máxima estará dada por una banda de ancho

$$\Gamma_{\frac{1}{2}} \approx kT \left(\frac{T_{\frac{1}{2}}}{T} \right)^{\frac{1}{d+1}} \tag{7.14}$$

donde $kT_{1/2} = \beta e^2/\kappa a$, con β un factor numérico. La longitud de hopping óptimo para esta banda resulta,

$$R_{\frac{1}{2}} \approx a\left(\frac{T_{\frac{1}{2}}}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{7.15}$$

y por lo tanto la conductividad obedece la *ley de Efros y Shklovskii* (ES) [158],

$$\sigma \propto \exp\left[-\left(\frac{T_{\frac{1}{2}}}{T}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{7.16}$$

en vez de la Ley de Mott de la ecuación 7.12. Vemos que ambas leyes son idénticas excepto el exponente de la temperatura. En la ley de Mott el exponente es $1/1+d$ mientras que en la ley de Efros-Shklovskii es $1/2$, independiente de la dimensión (i.e., resultado tipo campo medio). Para calcular β se usa el método percolativo [159]. Aunque el resultado de la ecuación 7.7 está bien establecido mediante distintos métodos la ley de ES (ec. 7.16) para la conductividad sigue siendo hoy controversial, tanto desde el punto de vista experimental como teórico. Aunque muchos experimentos en dos dimensiones reportan que hay acuerdo con la ley ES, muy a menudo la evidencia es ambigua debido a que un intervalo grande de σ es necesario para discernir entre la Ley de Mott (ec.7.12) y la ley de ES (ec. 7.16). El grupo de Pollak [165] y otros autores cuestionan por otro lado la derivación teórica simple de Efros y Shklovskii, diciendo que otros procesos de hopping, secuenciales y simultáneos de varios electrones, a una escala de longitud diferente, son igualmente importantes para el cálculo de la conductividad. Estos procesos no están contenidos en la derivación de la ley de ES.

La observación de un "*gap* de Coulomb" en la densidad de estados en el vidrio de Bose de vórtices por Täuber *et. al.* [157] abre también la interesante cuestión acerca de la sensibilidad a las interacciones de largo alcance del transporte de vórtices en el régimen de VRH. En la sección 7.3.2 mostraremos que un argumento similar al de ES puede usarse para calcular la curva corriente-voltaje del superconductor. Veremos que en el sistema de vórtices las interacciones también pueden ser relevantes para las propiedades de transporte en el régimen de VRH, aún cuando la estructura de la red de vórtices sea totalmente desordenada.

7.2.3 Vidrio de electrones

Davies, Lee y Rice realizaron simulaciones numéricas de Monte Carlo con un modelo simplificado de un sistema de electrones localizados interactuantes [156]. Encontraron el *gap* de Coulomb en el espectro de excitaciones de una partícula y mostraron que el *gap* se va llenando incrementando la temperatura. Haciendo una analogía con el modelo de vidrio de espín de Ising con campo local aletorio e interacciones $1/r$, y usando un parámetro de Edwards-Anderson modificado, encontraron evidencia de un orden "vidrioso" a bajas temperaturas. Denominaron *vidrio de electrones* a ésta fase, hoy comunmente conocido también como vidrio de Coulomb. Para ver la analogía con los vidrios de espín es conveniente aquí reescribir el Hamiltoniano 7.1 de la siguiente manera, en unidades de $e^2/\kappa a$,

$$H = \sum_i n_i \tilde{\phi}_i + \sum_{i>j} \frac{(n_i - K)(n_j - K)}{r_{ij}} \tag{7.17}$$

donde K representa la carga compensadora que garantiza la neutralidad del sistema total y ϕ_i es una energía de sitio aleatoria que tiene su origen en la carga estática distribuída aleatoriamente en los sitios aceptores. Davies, Lee y Rice consideraron un modelo simplificado del de Efros y Schklovsky, en el que los sitios de ec. 7.23 son puestos en una red cuadrada o cúbica simple en vez de estar aleatoriamente distribuídos. El desorden es entonces introducido solamente a través de las energías por sitio $\tilde{\phi}_i$, que se supusieron con distribución uniforme y simétrica. El caso $K = 1/2$ es interesante porque hay simetría electrón-hueco. Si reemplazamos las variables n_i en ese caso por las variables de Ising $S_i = 2n_i - 1 = \pm 1$, el Hamiltoniano queda, salvo términos independientes de las S_i, de la siguiente forma

$$H = \sum_i S_i \phi_i + \frac{1}{4} \sum_{i>j} \frac{S_i S_j}{r_{ij}} \tag{7.18}$$

donde $\phi_i = \tilde{\phi}_i/2$. Este hamiltoniano, si consideramos los sitios en una red regular, es el del *random-field Ising spin-glass* con interacciones $1/r$. Davies, Lee y Rice notaron que el parámetro de orden de Edwards-Anderson $q_{EA} = \langle \langle S_i \rangle_t^2 \rangle_S$, donde $\langle \rangle_t$ y $\langle \rangle_S$ son los promedios sobre tiempo y muestras respectivamente, no sirve para caracterizar una transición vidriosa en este sistema. Esto es debido a que los términos ϕ_i hacen que $q_{EA} > 0$ aún en la fase de alta temperatura, ya que los espines se orientan preferentemente en la dirección del campo ϕ local (aún en ausencia de interacciones). Por ello propusieron una modificación del parámetro de orden de la forma $q = \langle [\langle S_i \rangle_t - f(\phi_i)]^2 \rangle_S$, tal que se anule en ausencia de interacciones. Una propuesta similar había ya sido hecha por Morgenstern, Binder y Hornreich [166] para un modelo de Ising de campo aleatorio con interacciones de corto alcance en vez de Coulombianas. Davies, Lee y Rice interpretaron el valor finito de q a bajas temperaturas como una indicación de un "orden vidrioso".

Más recientemente Xue y Lee [167] hicieron simulaciones de Monte Carlo del hamiltoniano 7.18 con $\phi_i = 0$, pero distribuyendo los sitios aleatoria y uniformemente sobre la muestra. Este modelo es por lo tanto diferente al de Davies, Lee y Rice [156], en la forma en que se introduce el desorden. La ventaja de este modelo es que se puede usar q_{EA} como parámetro de orden vidrioso en vez de su versión modificada. Para este modelo en dos dimensiones encontraron que la temperatura de transición es cero. Calculando funciones de autocorrelación dinámicas $\langle q(t)q(0) \rangle$ encontraron que existe un crossover dinámico típico hacia un régimen de comportamiento vidrioso donde los tiempos de relajación divergen a $T = 0$ siguiendo una ley de Arrhenius $\tau \sim \exp(1/T)$ a bajas temperaturas. Este comportamiento es típico en algunos líquidos sobreenfriados que forman vidrios y donde la temperatura de transición estática es cero, como ocurre por ejemplo con los vidrios de ventana o *vidrios fuertes* [86]. Por otro lado Grannan y Yu [168], usando el mismo modelo con $\phi_i = 0$ estudiaron el comportamiento crítico del vidrio de Coulomb usando leyes de escala de tamaño finito y en tres dimensiones si encontraron una temperatura de transición termodinámica a un vidrio. Vojta y Schreiber [169]

criticaron sin embargo la conclusión de que en tres dimensiones haya una verdadera transición vidriosa argumentando que $\phi_i = 0$ no es realista en el modelo de ES, y que el hecho de que $q_{EA} > 0$ en realidad indica justamente que no hay una transición del tipo *spin-glass* en este sistema. La existencia de una transición estática, termodinámica, en el vidrio de Coulomb es por tanto una cuestión controversial. Sin embargo todos los autores coinciden en que a bajas temperaturas el sistema debería tener un comportamiento *dinámico vidrioso*, con relajación lenta y efectos de memoria. A pesar de ésto no hubieron prácticamente trabajos teóricos orientados a analizar esta dinámica lenta de no equilibrio. Esto en parte se debe a que experimentos claros al respecto aparecieron muy recientemente. Por otra parte también es reciente el interés en lograr una buena unificación de conceptos para la caracterización general de la dinámica lenta de no-equilibrio en vidrios [86]. Recientemente el grupo de Ovadyahu de Israel mostró, con técnicas variadas, que a bajas temperaturas el sistema de electrones presenta claramente una dinámica de no-equilibrio "vidriosa" en escalas de observación de *muchas horas*, con interesantes regularidades. Si no queremos perdernos la física de este sistema en una escala de observación tan macroscópicamente relevante, creemos no nos queda otra que analizar la física de *no-equilibrio* del mismo.

7.3 Motivación

7.3.1 Dinámica lenta de no equilibrio, ¿de electrones?

La evidencia de comportamiento no ergódico en sistemas electrónico fue recientemente observada en experimentos de efecto de campo en el régimen de localización de Anderson en films cristalinos y amorfos de de óxido de Indio, en films granulares de oro y plomo [150, 151, 152, 153, 154]. En la figura 7.2 se muestra esquemáticamente la configuración MOSFET típica que se usa para las mediciones. Vamos a mencionar aquí los resultados de dos tipos de experimento. Uno es el "two dip experiment" (TDE) y el otro el "Aging experiment" (AE). El TDE y el AE están motivados por dos características genéricas del transporte de carga en el régimen de hopping [170]: (i) Excitar al aislador de Anderson desde su estado de equilibrio térmico siempre *aumenta* su conductancia respecto del valor de equilibrio; (ii) La relajación del estado electrónico excitado al estado de equilibrio puede ser un proceso lento y no ergódico [171].

En el TDE la muestra se enfría a la temperatura de medición manteniendo $V_g = V_{g0}$ por muchas horas. Luego se hacen ciclados rápidos (de 4min de duración) y esporádicos de V_g alrededor de V_{g0} registrando las trazas de la conductancia $G(V_g)$ de no equilibrio. En estos ciclados se agrega o saca rápidamente una gran cantidad de portadores de la muestra. Es bien conocido que la conductancia en el régimen de VRH es un mínimo local en el estado de equilibrio térmico, y por lo tanto cualquier excitación tiene por efecto aumentarla [170]. Este hecho se usa en el TDE, donde las trazas de no-equilibrio de $G(V_g)$ muestran un pronunciado mínimo o cúspide al valor $V_g = V_{g0}$ al que se enfrió y equilibró la muestra. Para estudiar la relajación lenta se cambia luego el valor de V_{g0} a V_{g1} y nuevamente se realizan ciclados rápidos

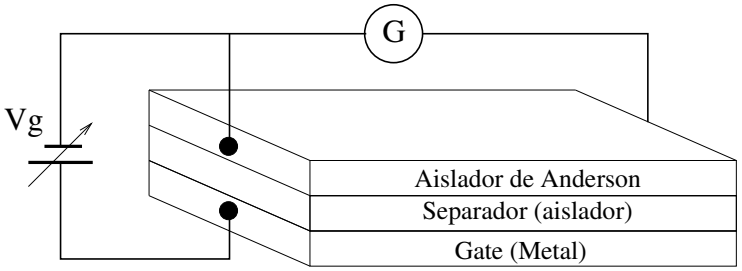


Figura 7.2: Esquema básico de la configuración experimental tipo MOSFET que se usa para estudiar la conductancia G del Aislador de Anderson. Con V_g se controla la densidad de portadores de carga en la muestra estudiada.

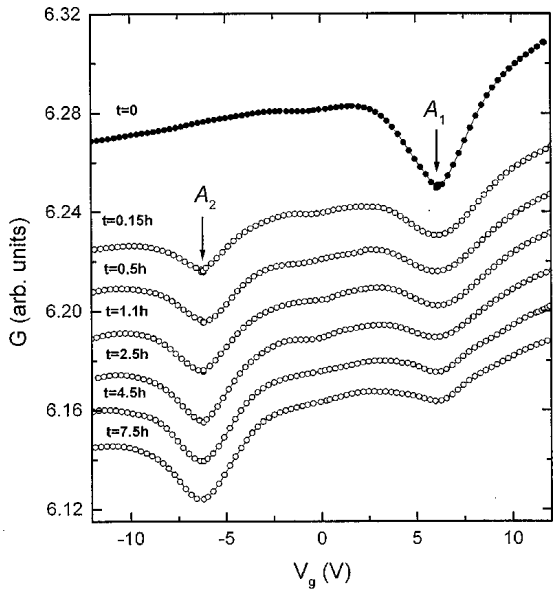


Figura 7.3: Experimento de los dos pozos en un Aislador de Anderson. El pozo de la derecha (A_1) ocurre al valor de V_g al que se enfrió la muestra, y decae en el tiempo. El pozo de la izquierda (A_2) ocurre al valor de V_g al cual se cambia a $t = 0$ y crece con el tiempo.

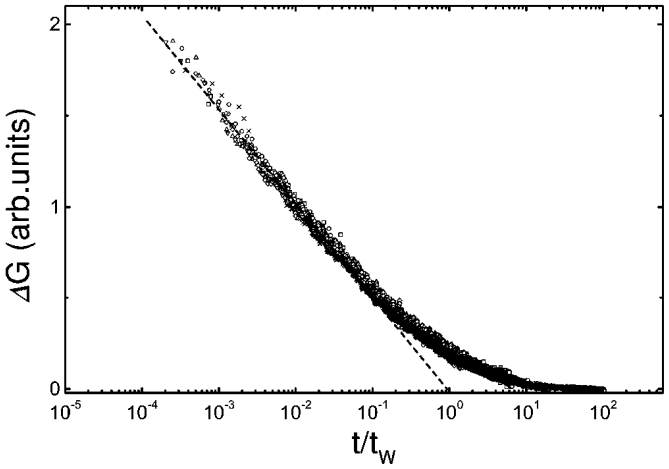


Figura 7.4: $\Delta G(t, t_w)$ vs t/t_w medida en distintas muestras, durante un experimento de envejecimiento después de que V_g se retornara de vuelta a su valor original V_{g0}. Las curvas para distintos t_w en una misma muestra fueron promediadas. La relajación del exceso de conductancia es logarítmica y presenta envejecimiento simple.

para obtener las trazas de $G(V_g)$. Es entonces cuando se pone en evidencia el comportamiento vidrioso del sistema: $G(V_g)$ desarrolla otro mínimo en V_{g1} que se va desarrollando muy lentamente, mientras el viejo mínimo en V_{g0} va desapareciendo también muy lentamente. Este proceso de destrucción de un mínimo y construcción de otro toma mas de 20 horas de medición. Esto es muy interesante ya que tradicionalmente siempre se consideró a la dinámica de electrones como muy rápida. Para tiempos intermedios se observan dos mínimos: uno que "recuerda" los viejos parámetros y el otro que reconoce de a poco los nuevos. El tiempo característico definido por el instante en que ambos mínimos tienen la misma profundidad, es dependiente del desorden, campo magnético y concentración de portadores, lo que lleva a asociar a este fenómeno con una compleja competencia entre interacciones electrón-electrón y desorden.

En el AE el sistema se enfría a un dado potencial del gate V_{g0} y se le permite equilibrar por muchas horas, hasta que la conductancia es estacionaria en un valor que se toma como referencia. Luego se cambia bruscamente el potencial de gate al valor V_{gn} y se lo mantiene en este valor por un tiempo t_w. Finalmente el potencial de gate se vuelve a su valor original V_{g0} y se monitorea el exceso de conductancia $\Delta G(t)$. La relajación de $\Delta G(t)$ a cero es muy lenta, casi logarítmica, y depende de la temperatura de medición T_m, del cambio de potencial de gate $\Delta V_g = V_{gn} - V_{g0}$ y del tiempo de espera t_w. La dependencia mas notable es con t_w: graficando $\Delta G(t, t_w)$ para varios t_w en función de t/t_w todas las curvas se colapsan en una. Esta dependencia con t_w, $\Delta G(t, t_w) \sim \Delta G(t/t_w)$ es típica en la relajación de no equilibrio de muchos vidrios, y es conocida como *envejecimiento simple*. Por otro lado la dependecia observada con ΔV_g es simplemente la de cambiar la escala de ΔG pero no la temporal. Una cuestión muy intrigante, que vamos a analizar en relación

a nuestro trabajo, es que en estos experimentos *no* se observó una dependencia del envejecimiento con la temperatura para el rango de temperaturas analizado.

Desde el punto de vista teórico solo hubieron dos trabajos tendientes a explicar los efectos de envejecimiento y relajación lenta mencionados. Ambos se concentraron en la dinámica de formación del *gap* de Coulomb a partir de distintas aproximaciones para la ecuación maestra que dicta la dinámica de la densidad de estados de una partícula [172, 173]. Aunque con algunas diferencias cuantitativas, ambos trabajos predicen que la formación del *gap* de Coulomb es logarítmicamente lenta. Estos no explican sin embargo la relajación lenta sin ambiguedad ni los fenómenos de envejecimiento observados en la conductancia. Esto se debe a que en principio no se conoce la relación de la conductancia con la densidad de estados en una situación de no equilibrio y aún en equilibrio, cuando se conoce la relación, no es solamente la densidad de estados cerca del nivel de Fermi la que determina la conductancia, sino también la mobilidad de los portadores. Hasta no analizar adecuadamente como es la mobilidad o difusividad de los electrones fuera del equilibrio, la formación lenta del *gap* de Coulomb no es evidencia unívoca de la relajación lenta de la conductancia.

7.3.2 Analogía entre el vidrio de electrones y el vidrio de vórtices

Describiremos aquí brevemente la relación entre el vidrio de electrones con el vidrio de Bose de vórtices. El uso de defectos columnares, producidos por irradiación de iones pesados sobre materiales superconductores tipo II [174] ha mostrado ser muy eficiente para anclar líneas de vórtice. Una teoría para la fase de vórtices en presencia de estos defectos correlacionados ha sido desarrollada por Nelson y Vinokur [19] explotando un mapeo formal entre la mecánica estadística clásica de líneas elásticas dirigidas en tres dimensiones a temperatura finita y la mecánica estadística cuántica de bosones interactuantes en dos dimensiones a temperatura cero. En esta teoría la interacción repulsiva entre vórtices, cuyo rango está determinado por la longitud de penetración de London λ, fue tratada en forma aproximada, usando estimaciones de orden de magnitud. Sin embargo, si $\lambda \geq a_0$, donde $a_0 = (4/3)^{1/4}(\Phi_0/B)^{1/2}$ es la distancia promedio entre vórtices, la interacción se vuelve fuerte y puede dar lugar a importantes efectos de correlación, aún cuando la estructura de la red de vórtices sea desordenada. Un concepto central para estudiar estos efectos de correlación es la distribución de energías de anclaje $g(\epsilon)$. Es evidente entonces la analogía entre líneas de vórtice ancladas en defectos columnares y portadores de carga localizados en semiconductores dopados. Cuando $\lambda \gg a_0$ el potencial repulsivo entre vórtices se vuelve logarítmico, reemplazando a la interacción Coulombiana $1/r$ entre electrones o huecos en el semiconductor. La analogía sugiere entonces la aparición de un *gap* similar al "*gap* de Coulomb" discutido anteriormente en $g(\epsilon)$. Como la existencia de tal *gap* afectaría en principio las características corriente-voltaje en el régimen de VRH en el vidrio de Bose, es muy importante poder conocer el tamaño o forma del mismo.

Täuber *et. al.* [157] investigaron la forma de $g(\epsilon)$ combinando resultados experimentales de decoraciones magnéticas en donde se puede determinar simultáneamente

la posición de los vórtices y la de los defectos columnares, y simulaciones de Monte Carlo para estimar la distribución de energías de anclaje compatible con la configuración observada experimentalmente. El modelo de energía libre F que consideraron para N líneas de flujo en posiciones $\mathbf{r}_i(z)$, con el campo magnético $\mathbf{B}$ alineado con el eje z, es

$$F = \int_0^L dz \sum_{i=1}^{N} \left\{ \frac{\tilde{\epsilon_1}}{2} \left(\frac{d\mathbf{r}_i(z)}{dz} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^{N} V[r_{ij}(z)] + \sum_{k=1}^{N_D} V_D[\mathbf{r}_i(z) - \mathbf{R}_k] \right\} \qquad (7.19)$$

donde $r_{ij}(z) = |\mathbf{r}_i(z) - \mathbf{r}_j(z)|$ y $V(r) = 2\epsilon_0 K_0(r/\lambda)$ es el potencial de interacción repulsivo entre líneas. λ define entonces el rango de interacción. La escala de energía es $\epsilon_0 = (\phi_0/4\pi\lambda)^2$ y $\tilde{\epsilon_1}$ es el módulo de "tilt". La energía de anclaje es una suma de N_D pozos de potencial independientes de z, con separación promedio d, centrados en las posiciones $\{\mathbf{R}_k\}$, y cuyos diámetros son típicamente $c_0 \approx 100$Å, con una dispersión $\delta c_k/c_0 \approx 15\%$, causado por la dispersión del haz de iones. Esto introduce una distribución de energías de anclaje U_k. En la analogía con bosones [19] la temperatura real T asume el rol de $\hbar$ en el problema cuántico y el campo eléctrico y la densidad de corriente de bosones se mapea en la densidad de supercorriente J y el campo eléctrico verdadero E. A muy bajas temperaturas y para fracciones de llenado $f = N/N_D = (d/a_0)^2 < 1$, en la fase del vidrio de Bose, la mayoría de los vórtices están anclados. Para $T < T_1$ donde T_1 es una temperatura caracetrística ($T_1 \approx 0.9T_c$ en BSCCO) se llega al correspondiente límite clásico del problema bosónico $\hbar \to 0$. Como los vórtices están bien separados la estadística de Bose se vuelve irrelevante. En este límite las líneas de vórtices son esencialmente rectas y la energía de tilt $\tilde{\epsilon_1}$ de la ecuación 7.19 puede ser despreciada. El estado fundamental es entonces obtenido minimizando un hamiltoniando efectivo, independiente de z, en dos dimensiones,

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{N_D} n_i n_j V(r_{ij}) + \sum_{i=1}^{N_D} n_i t_i \qquad (7.20)$$

donde $i, j = 1, ..., N_D$ denotan los defectos distribuídos aleatoriamente en la muestra. $n_i = 0, 1$ es la correspondiente ocupación del sitio i y t_i son las energías de sitio aleatorias originadas por la dispersión de diámetros de anclaje. Esta se puede suponer uniformemente distribuída $P(t_i) = 1/2w$ en un ancho w ($P(t_i) = 0$ si $|t_i| > w$). El hamiltoniano 7.20 tiene entonces la misma forma que el hamiltoniano 7.23 para electrones localizados en un semiconductor dopado. A partir del estado fundamental que da 7.20 la distribución de energías de anclaje $\epsilon_i = \partial H/\partial n_i = \sum_{j \neq i}^{N_D} n_j V(r_{ij}) + t_i$ puede ser calculada. La función de distribución $g(\epsilon)$ es entonces el equivalente a la densidad de estados de una partícula en semiconductores dopados. En el trabajo de Täuber *et. al.* [157] usaron parámetros realistas para λ y ajustaron w de tal forma que la estructura del estado fundamental de 7.20 se corresponda con la observada experimentalmente en la foto de la decoración magnética de Bitter. De esta forma encontraron un *gap* en $g(\epsilon)$ bien descripto por la fórmula

$$g(\epsilon) \propto |\epsilon - \mu|^{s_{eff}} \qquad (7.21)$$

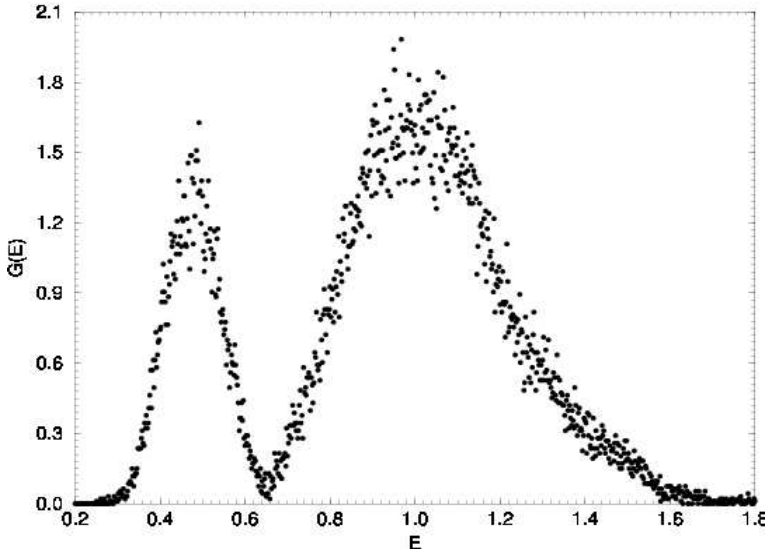


Figura 7.5: Distribución normalizada de energías de anclaje $G(E) = 2\epsilon_0 d^2 g(\epsilon)$ obtenida en referencia [157] como función de las energías de sitio $E = \epsilon/2\epsilon_0$. La curva obtenida es análoga a la densidad de estados de una partícula en el vidrio de electrones en un Aislador de Anderson. El correspondiente "*gap* de Coulomb" se observa alrededor del potencial químico medio $\mu_2\epsilon_0 = 0.65$.

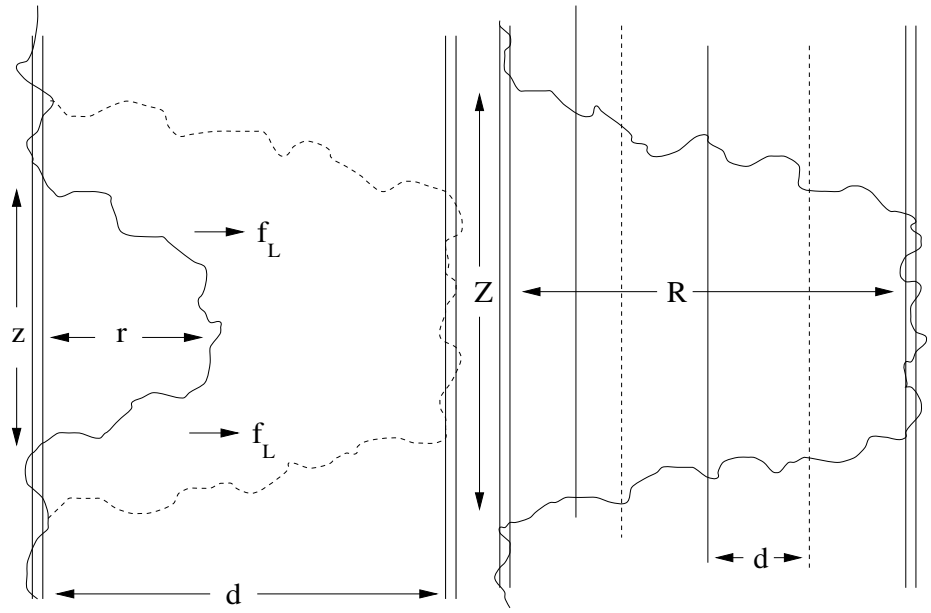


Figura 7.6: Izquierda: dos defectos columnares a una distancia d con una excitación "half-loop" (línea sólida) y una excitación *double-kink* (línea a tarzos). La fuerza de Lorentz tiende a empujar a los vórtices a la derecha. Derecha: Configuración de *superkink* doble, requerida por el *variable-range-hopping*. Las excitaciones buscan un defecto columnar de baja energía, no necesariamente uno adyacente, a una distancia R.

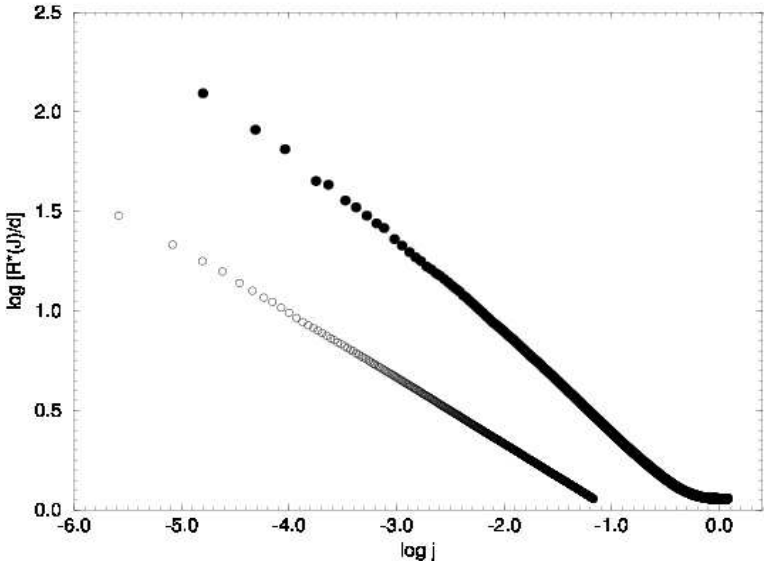


Figura 7.7: Comparación de $R^*(J)/d$ vs $j = J\phi_0 d/2\epsilon_0 c$ obtenida en referencia [157] con la densidad de estados $g(\epsilon)$ de la figura 7.5 (círculos llenos), con la correspondiente al caso no-interactuante (círculos vacíos).

en la vecindad de μ, con el exponente de *gap* efectivo $s_{eff} \approx 1.2$, ver la figura 7.5. En un trabajo posterior encontraron que para $\lambda \to \infty$ un valor de $s_{eff} \approx 3$ puede ser alcanzado [175]. Para extraer las consecuencias de las correlaciones puestas en evidencia en $g(\epsilon)$ (si no hubieran correlaciones $g(\epsilon)$ sería constante) en el transporte de vórtices analizaron las excitaciones que contribuyen al VRH. La excitación más importante es la de enviar un par de *superkinks* separados una distancia Z hacia otro defecto columnar a una distancia R, tal que la probabilidad de *tunneling* sea óptima, ver la figura 7.6. La energía del par de *superkinks* es $\delta F_{SK} = 2E_K R/d + Z\Delta(R) - f_L RZ$ [19]. El primer término es la energía elástica del kink doble con, $E_K = \sqrt{\epsilon_1 \tilde{U}_0 d}$, y el tercero el trabajo de la fuerza de Lorentz $f_L = \Phi_0 J/c$ inducida por la corriente J. El segundo término proviene del hecho de que las energías disponibles para un salto a una distancia R caen en el intervalo $[\mu, \mu + \Delta(R)]$, donde $\Delta(R)$ es determinado a partir de $\int_\mu^{\mu+\Delta} g(\epsilon)d\epsilon = R^{-2}$. Minimizando primero δF_{SK} para $J = 0$ da el largo del doble kink $Z^* = -2E_K/d(\partial\Delta/\partial R)_{R^*}$. Luego, a primer orden en J se llega a que $J\Phi_0/c = \Delta(R^*)/R^*$ y por lo tanto la energía optimizada es $\delta F^* = 2E_K R^*(J)/d$. Esta es la barrera de energía para la activación térmica que determina la resistividad, $E = \rho_0 J exp(-\delta F^*/k_B T)$. En el régimen donde vale la ecuación 7.21 obtenemos que

$$E \approx \rho_0 J \exp[-(2E_K/k_B T)(J_0/J)^p] \tag{7.22}$$

donde p es un exponente que generaliza el exponente de Mott $p_0 = 1/3$, válido cuando no hay interacciones. En la figura 7.7 podemos apreciar la diferencia entre el caso interactuante y el no interactuante comparando $R^*(J)/d$ vs J (que es proporcional a la barrera de energía δF^* en cada caso). Para interacciones de largo alcance que producen el *gap* de Coulomb 7.21 tenemos que $p = (s+1)/(s+3) = 0.68$,

valor que corresponde al límite $\lambda \to \infty$. Como λ/d es finito p_{eff} no es universal. Sin embargo en [157] encontraron que la ley ajusta bien los resultados obtenidos con $p_{eff} \approx 0.5$. Por lo tanto hay un *aumento* de la resistividad debido a las correlaciones inducidas por la repulsión aún para $\lambda \sim a_0$. Comparando la derivación dada aquí para la resistividad debida a vórtices con la de la conductividad debida a electrones localizados en un semiconductor vemos que aunque ambas descansan en el argumento de de VRH de Mott, los procesos de hopping son muy diferentes. En el caso de electrones el hopping térmicamente asistido depende, además de la temperatura, de la distancia del salto. Esto es debido a que la longitud de localización finita penaliza saltos entre estados localizados en sitios con poco solapamiento de las respectivas funciones de onda (regla de oro de Fermi). Teniendo en cuenta la densidad de estados $g(\epsilon)$ corregida por correlaciones la optimización da lugar a una dependencia no trivial con la *temperatura* de la conductividad, distinta de la de Mott, pero donde la curva corriente-voltaje sigue siendo lineal para pequeños campos eléctricos. Esto se debe a que se considera un *tunneling* libre de disipación, y por lo tanto no aparece el trabajo del campo eléctrico sobre el electrón en el balance energético. En cambio, en el vidrio de Bose, la optimización del proceso de hopping de pares de *superkinks* involucra en forma importante el trabajo de la fuerza de Lorentz. Esto hace que, tanto en el caso interactuante como en el no interactuante, el VRH de lugar a una curva corriente-voltaje no ohmica a corrientes chicas. [1] El efecto de las correlaciones se evidencia en ésta caso en el cambio de la dependencia con *corriente* de la curva corriente-voltaje no lineal a corrientes chicas.

Una motivación importante para el trabajo presentado en éste capítulo es la de continuar explotando la analogía del vidrio del Coulomb con el vidrio de Bose de vórtices en lo que respecta a la *dinámica lenta de no equilibrio*. Como en ambos sistemas comparten una física muy parecida donde compiten interacciones y desorden, y los efectos de correlaciones son observables, es de esperar que también el sistema de vórtices presente efectos de relajación lenta y envejecimiento como los descriptos en la sección anterior para los aisladores de Anderson.

7.4 Modelo y método

Para estudiar la dinámica de relajación del vidrio de Coulomb consideramos el siguiente hamiltoniano adimensionalizado,

$$H = \sum_i n_i \tilde{\phi}_i + \sum_{i>j} \frac{(n_i - K)(n_j - K)}{r_{ij}} \tag{7.23}$$

con $K = 1/2$, sitios distribuídos aleatoria y uniformemente, y los ϕ_i uniformemente distribuídos en el intervalo $[-W_0, W_0]$. Tomamos $e^2/\kappa a$ como unidad de energía y al radio de localización de Anderson a como unidad de longitud. Usamos el método cinético de Monte Carlo para N sitios distribuídos aleatoriamente en

[1] Estrictamente ésto es válido únicamente en el límite termodinámico, con muestras infinitamente anchas. Si el ancho L es finito habrá un croossover a una corriente j_L tal que para $j < j_L$ la curva corriente voltaje recupera la linealidad [14].

una muestra de tamaño $L \times L$ en dos dimensiones con condiciones de contorno periódicas, para un número fijo de electrones $N_e = N/2$. La interacción Coulombiana debida a todas las imágenes periódicas es evaluada en forma exacta usando una suma de Lekner [176]. Un electrón en un sitio i sólo puede saltar a un sitio j desocupado $n_j = 0$. Si el sitio está desocupado el salto se acepta con probabilidad $\exp(-2r_{ij} - \epsilon_{ij}/T)$, donde $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ es la distancia entre sitios, ϵ_{ij} el cambio total de energía del sistema debido al salto y T la temperatura. El primer término de la exponencial viene de usar la regla de oro de Fermi y representa el solapamiento de las funciones de onda localizadas en los sitios i y j. El segundo representa simplemente al algoritmo de Metropolis. Otros modelos más aproximados fueron considerados en la literatura: (i) con los sitios en una red regular, cuadrada o triangular, y energías por sitio aleatorias [156, 161] y (ii) con los sitios en posiciones aleatorias pero sin las energías aleatorias por sitio [167, 168]. En ambos casos se argumenta que la naturaleza exacta del desorden no es esencial para estudiar los estados de equilibrio. Para la dinámica en cambio creemos que la naturaleza exacta del desorden puede ser importante ya que la relajación involucra transiciones correlacionadas de muchos electrones entre diferentes configuraciones donde hay toda una sensible jerarquía de vínculos que puede determinar su forma y velocidad. Notamos también que si uno quisiera estudiar solamente los estados de equilibrio (aunque estos sean dificiles de alcanzar aún experimentalmente) es inútil usar la probabilidad de transición $\exp(-2r_{ij} - \epsilon_{ij}/T)$, ya que el estado de equilibrio es independiente de la dinámica de relajación. Si uno está interesado solamente en los estados de equilibrio y no en la dinámica de relajación conviene simplemente tomar $\exp(-\epsilon_{ij})$ como probabilidad de transición y proponer intercambio de electrones a distancias arbitrariamente grandes. Sin embargo, para estudiar la dinámica de relajación, al igual que la naturaleza del desorden es importante retener una forma realista para esta probabilidad.

La densidad de estados de una partícula se calcula construyendo un histograma de las energías de sitio $\epsilon_i = \phi_i + \sum_j (n_j - 1/2)/r_{ij}$ sobre toda la muestra. Para estudiar la relajación se prepara primero al sistema en una condición inicial correspondiente a una temperatura muy alta, ocupando N_e sitios en forma aleatoria. Se fija luego una temperatura T dada y se deja evolucionar al sistema durante un tiempo de espera t_w a partir del cual se empieza a registrar la siguiente función de correlación temporal,

$$C(t, t_w) = \frac{1}{N_e} \left\langle \sum_i^N n_i(t_w) n_i(t) \right\rangle \tag{7.24}$$

donde t es el tiempo transcurrido desde el de espera t_w y $\langle ... \rangle$ significa promediado sobre realizaciones de desorden (posiciones de los sitios). La función de correlación 7.24 se calcula para distintas temperaturas T y distintos tiempos de espera t_w. Cuando el sistema llega al estado de equilibrio térmico o alcanza un estado estacionario tendremos que $C(t, t_w) \equiv \tilde{C}(t)$, independiente de t_w. Esto ciertamente ocurre cuando $t_w \to \infty$, ya que el tiempo de equilibración de un sistema finito es siempre finito. En particular el límite $\lim_{t\to\infty} \lim_{t_w\to\infty} C(t, t_w) = q_{EA}$, donde q_{EA} es el parámetro de Edwards-Anderson. Si $W_0 = 0$ tendremos que $q_{EA} = 0$ a altas

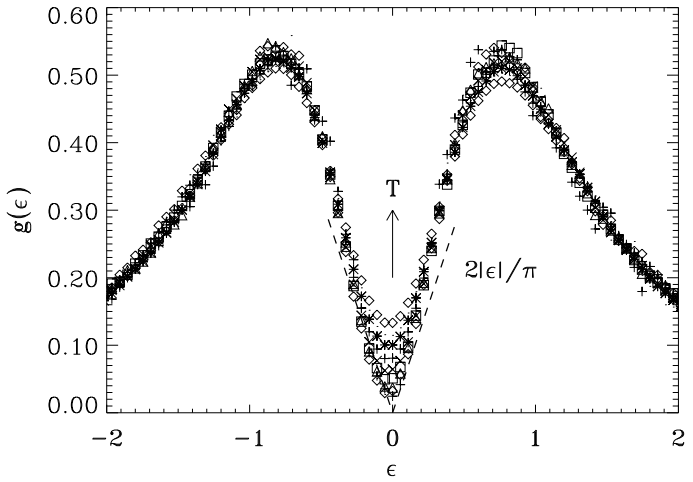


Figura 7.8: Densidad de estados de una partícula en el modelo de vidrio de Coulomb en dos dimensiones, para temperaturas en el rango $0.01 \leq T \leq 0.1$. La hendidura alrededor de $\epsilon = 0$ es el denominado *gap* de Coulomb, resultado de las correlaciones entre electrones localizados debido a su interacción de largo alcance. La línea a trazos es la predicción teórica para la densidad de estados del estado fundamental a $T = 0$ en la vecindad del nivel de Fermi $\mu = 0$.

temperaturas y si hubiera una transición del tipo *spin-glass* en el sistema tendríamos $q_{EA} > 0$ a temperaturas suficientemente bajas indicando el "congelamiento" de la estructura desordenada. Si hay efectos de envejecimiento o no-estacionaridad en cambio habrá una dependencia con t_w de la función $C(t, t_w)$. Aunque la forma detallada $C(t, t_w)$ depende del modelo en cuestión en los vidrios es usual encontrar, para t_w suficientemente grande, una separación de escalas de tiempo: (i) una escala de tiempo corta $t \ll t_w$ donde $C(t, t_w) \sim \tilde{C}(t)$ que describe la relajación rápida del sistema dentro de un dominio acotado dentro del espacio de fases accesible al sistema y (ii) una escala de tiempo larga $t \gtrsim t_w$ donde $C(t, t_w)$ depende de t_w, describiendo la lenta dinámica de evolución del dominio recién mencionado. Analizaremos y discutiremos luego, en relación a nuestros resultados, los detalles de esta separación de escalas.

7.5 Resultados

En este capítulo mostraremos solamente los resultados preliminares (no publicados aún) de simulaciones de Monte Carlo obtenidos para un sistema bidimensional de tamaño $16a \times 16a$, $N = 256$ sitios, $N_e = 128$ electrones y $W_0 = 0$. Los promedios fueron hechos entre 24 a 120 realizaciones de desorden. Simulaciones para sistemas más grandes, con promedios sobre mayor número de realizaciones de desorden, en dos y también en tres dimensiones, y con $W_0 \neq 0$, se están llevando a cabo mientras escribo esta tesis. Los resultados serán incluídos en una futura publicación.

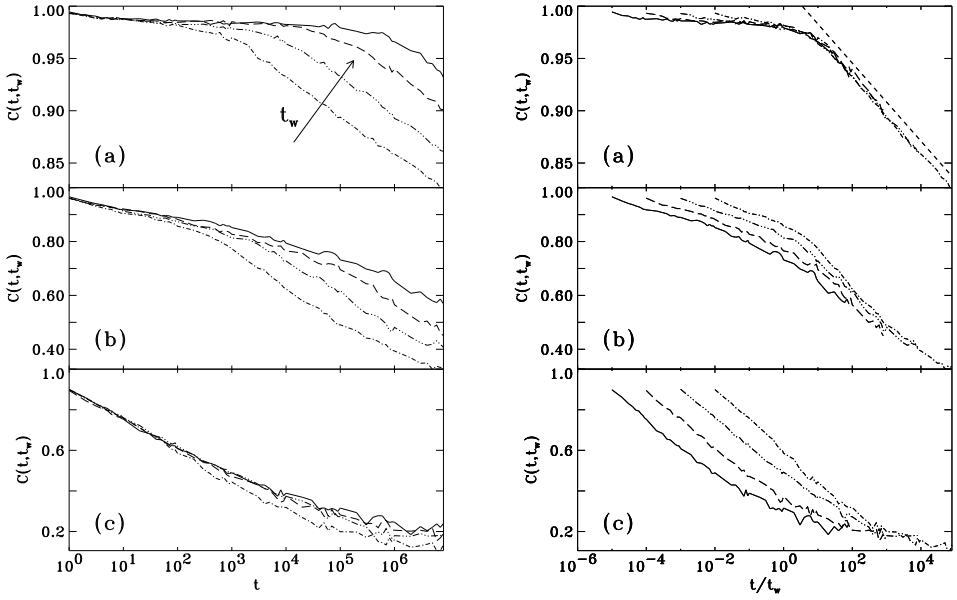


Figura 7.9: Funciones de correlación $C(t, t_w)$ para $t_w = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$. (a) $T = 0.01$, (b) $T = 0.05$, (c) $T = 0.10$. Izquierda: $C(t, t_w)$ vs t. Derecha: $C(t, t_w)$ vs t/t_w. La línea a trazos en la figura (a) de la derecha indica la relajación logarítmica a tiempos largos.

7.5.1 Densidad de estados de una partícula

En la figura 7.8 mostramos la densidad de estados de una partícula $g(\epsilon)$ para temperaturas $T = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$, promediada sobre 24 realizaciones de desorden. Como no pudimos apreciar una dependencia temporal de $g(\epsilon, t, T)$ [173] definimos a $g(\epsilon)$ como el valor aparentemente asintótico y estacionario de $g(\epsilon, t)$. Vemos que para el rango de temperaturas considerado el *gap* de Coulomb está bien desarrollado y que $g(0) \to 0$ cuando $T \to 0$. A temperaturas bajas encontramos $g(\epsilon) \approx 2|\epsilon|/\pi$ para $\epsilon \ll 1$, de acuerdo con la predicción de Baranovskii para $g(\epsilon)$ usando el método de la ecuación autoconsistente para $T = 0$ [177].

7.5.2 Función de correlación de dos tiempos

Para caracterizar los efectos de relajación y envejecimiento es conveniente usar la función de correlación de dos tiempos de la ecuación 7.24.

En la figura 7.9 de la izquierda mostramos $C(t, t_w)$ vs t promediada sobre 120 realizaciones de desorden para tres temperaturas $T = 0.01, 0.05, 0.1$ y para $t_w = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ pasos de Monte Carlo. La curva de la figura 7.9(a) para $T = 0.01$ tiene la forma de relajación típica encontrada en muchos vidrios de spín a bajas temperaturas. Para tiempos $t < t_w$, $C(t, t_w)$ es prácticamente independiente de t_w y relaja primero a un *plateau* mas o menos bien definido. El valor de $C(t, t_w)$ en este *plateau* se corresponde aproximadamente con el parámetro de Edwards Anderson $q_{EA} \equiv \lim_{t\to\infty} \lim_{t_w\to\infty} C(t, t_w)$ de este sistema. Para $t \sim t_w$ aproximadamente

la función de correlación empieza a decaer logarítmicamente desde su valor en el *plateau*. La separación de las curvas para distintos t_w a $t > t_w$ indica que el sistema presenta envejecimiento a tiempos grandes, siendo t_w el único tiempo característico del sistema. Cuanto mas grande t_w más tiempo el sistema permanece en el *plateau* con $C(t, t_w) \sim q_{EA}$. Como podemos ver en las figuras 7.9(b) para $T = 0.05$ y en 7.9(b) para $T = 0.10$, los efectos de envejecimiento disminuyen aumentando la temperatura, y ya para $T = 0.1$ éstos han desaparecido prácticamente. También vemos que el *plateau* observado a temperaturas bajas se desdibuja. Es interesante observar que en los experimentos también se observa relajación logarítmica en la conductancia [154], como indicamos en la figura 7.9(a) de la derecha.

En la figura 7.9 de la derecha mostramos las mismas funciones de correlación de la figura 7.9 de izquierda pero en función de t/t_w en vez de t. En la figura 7.9(a) de la derecha vemos que a bajas temperaturas las distintas $C(t, t_w)$ colapsan en una única curva para $t > t_w$. Por lo tanto el sistema presenta el denominado *envejecimiento simple*, como el observado experimentalmente en la conductancia [153]. En la figura 7.9(b) de la derecha vemos que no hay colapso de las funciones de correlación para distintos t_w aunque el sistema aún presente envejecimiento como podemos apreciar en 7.9(b) de la izquierda. Esto indica que hay un crossover desde un comportamiento de envejecimiento simple a uno sin envejecimiento aumentando la temperatura. Está abierta la interesante posibilidad de que aún cuando no exista una transición de fase estática (del tipo *spin-glass*) en este sistema [167, 168, 169, 178], exista una transición de fase dinámica en el límite termodinámico. Para dilucidar esta cuestión es necesario analizar si los tiempos de relajación divergen a una dada temperatura. De acuerdo al ansatz de scaling dinámico la función de autocorrelación cerca de una transición de segundo orden tiene la forma,

$$C(t_w = \infty, t) \sim t^{-\lambda} f(t/\tau) \tag{7.25}$$

donde τ es el tiempo de relajación a una dada temperatura y λ un exponente crítico. Esta forma representa un crossover alrededor de τ desde un comportamiento crítico a tiempos cortos $t^{-\lambda}$ hacia una relajación de tiempos largos descripta por $f(t/\tau)$. Cuando la temperatura se aproxima al punto crítico T_c, el tiempo de relajación diverge como $\tau \sim |T - T_c|^{-z\nu}$. Por lo tanto uno podría intentar calcular τ cerca de la transición. El problema es que la dinámica es extremadamente lenta y que el tiempo de relajación depende sensiblemente de la cola de la función de autocorrelación a tiempos largos. Para evitar éstas y otras dificultades, y estudiar a la vez el problema del envejecimiento, Matsumoto *et.al.* [179] extendieron un método ideado por Bhatt y Young [180] proponiendo analizar la siguiente función de correlación adimensional

$$R(t_w, t) = \frac{C(t_w, t)}{\sqrt{\left\langle \left(\frac{1}{N_e} \sum_i^N n_i(t_w) n_i(t) \right)^2 \right\rangle}} \tag{7.26}$$

Lo bueno de esta expresión es que el prefactor $t^{-\lambda}$ de la ecuación 7.25 es cancelado y por lo tanto podemos definir bien el tiempo τ a partir de $R(t, t_w) \sim$

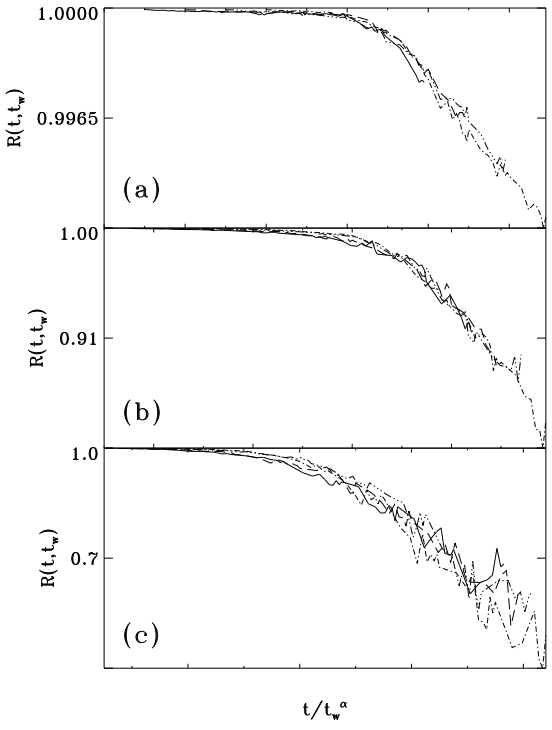


Figura 7.10: Funciones de correlación modificadas $R(t, t_w)$ vs t/t_w^α para $t_w = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$. (a) $T = 0.01$, (b) $T = 0.05$, (c) $T = 0.10$.

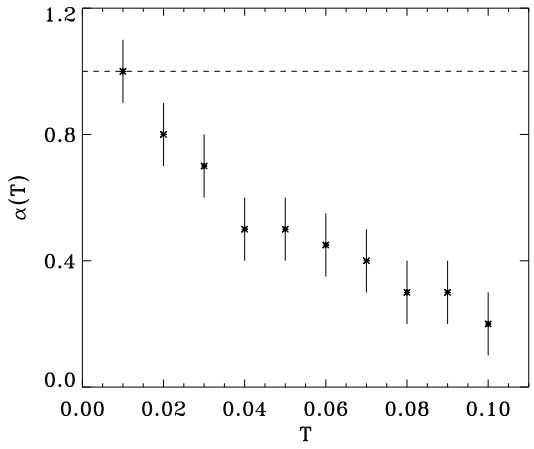


Figura 7.11: Exponente de envejecimiento α vs temperatura T.

$\tilde{R}(t/\tau(t,t_w))$. El tiempo característico de relajación de *equilibrio* sería $\tau_0(T,L) = \lim_{t_w\to\infty}\tau(t,t_w;T,L)$. Nosotros vamos a suponer una dependencia $\tau(t,t_w)^{-1} \sim \tau_0^{-1} + t_w^{-\alpha}$, donde $\alpha \equiv \alpha(T,L)$ es un exponente que caracteriza el envejecimiento. Esta suposición se basa en el hecho de que si el tiempo de relajación de equilibrio es demasiado grande, $\tau_0 \gg t_w$, el sistema está siempre fuera del equilibrio siendo t_w el único tiempo característico, mientras que si $t_w \gg \tau_0$ por otro lado, el sistema cae al estado de equilibrio durante la espera t_w. Como éste es estacionario pierde la dependencia con t_w.

Intentamos extraer de nuestros datos τ_0 y α usando la función $R(t,t_w)$. Lamentablemente no pudimos extraer ninguna buena estimación de τ_0, pero llegamos a la conclusión de que $\tau_0 \gg t_w$, para todos los t_w analizados. Por ello a los fines prácticos tomamos $\tau_0 = \infty$ y nos dedicamos a calcular $\alpha(T)$ para nuestra muestra de tamaño $L = 16$, compatible con nuestros actuales recursos computacionales y tiempo disponible. Para hacer ésto calculamos $R(t,t_w)$ para varias temperaturas y ajustamos el valor de $\alpha(T)$ de tal forma de optimizar el solapamiento de las distintas curvas $R(t,t_w)$ vs t/t_w^α. En la figura 7.10 mostramos tres ejemplos, para $T = 0.01$ (fig. 7.10(a)), $T = 0.05$ (fig. 7.10(b)) y $T = 0.10$ (fig. 7.10(c)). Comparando con $C(t,t_w)$ vemos que $R(t,t_w)$ es prácticamente la unidad para tiempos cortos $t < t_w$ y luego presenta un lento decaimiento logarítmico. Vemos que se pueden solapar bien las curvas para algún valor de α, lo que sustenta nuestro ansatz $\tau \sim t_w^\alpha$. En la figura 7.11 mostramos el exponente de envejecimiento $\alpha(T)$ vs T. Aumentando la temperatura vemos el crossover en α del régimen de envejecimiento simple $\alpha \sim 1$ a temperaturas $T \lesssim 0.01$ a un régimen estacionario $\alpha \sim 0$ para temperaturas $T \gtrsim 0.10$. Sería muy interesante hacer un análisis de tamaño L de la función $\alpha(T,L)$ con el fin de analizar con este mismo método si el crossover dinámico observado representa una posible transición dinámica.

7.6 Discusión y Conclusiones

Estudiamos numéricamente la relajación de no equilibrio en el vidrio de Coulomb de Efros y Schklovskii. Nuestros resultados numéricos (preliminares) muestran que aún para sistemas relativamente muy pequeños, a temperaturas suficientemente bajas la relajación es extremadamente lenta y no estacionaria. Estudiando funciones de autocorrelación de dos tiempos encontramos envejecimiento simple y relajación logarítmica del sistema electrónico. Estas dos características fueron observadas experimentalmente en la relajación de la conductancia en semiconductores dopados de óxido de Indio [150, 151, 152, 153, 154]. Las simulaciones de Monte Carlo muestran que aumentando la temperatura hay un crossover del régimen de envejecimiento simple a uno estacionario, sin envejecimiento, en el rango $T_0 < T < T_1$, con $T_0 \approx 0.01(e^2/k_B\kappa a)$ y $T_1 \approx 0.1(e^2/k_B\kappa a)$. Para semiconductores como los usados en los experimentos tenemos: $a \sim 5$ Å, $\kappa \sim 10$. Esto da $(e^2/k_B\kappa a) \sim 10^4 K$ como unidad de temperatura. El envejecimiento simple observado experimentalmente en la conductancia es compatible con nuestros resultados numéricos ya que las muestran se termalizan a la temperatura del helio líquido $T = 4.11K \sim 0.001(e^2/k_B\kappa a) < T_0$. La independencia con la temperatura del envejecimiento simple de la conductancia, observada experimentalmente, puede explicarse teniendo en cuenta que el rango de temperaturas analizado corresponde a $T < T_0$, donde T_0 es nuestra temperatura de crossover al régimen de envejecimiento simple.

Importantes cuestiones quedan abiertas. Una es la de conocer mejor los mecanismos que hacen la relajación tan lenta en este sistema. En este sentido es necesario estudiar sistemáticamente la dependencia de la relajación con la magnitud y tipo de desorden, con el tipo de interacción, con las probabilidades de transición, con la temperatura y con el tamaño del sistema. Esto nos permitiría conocer cuales son los ingredientes mínimos que determinan la dinámica vidriosa. Otra cuestión muy importante, en relación a la interpretación de los resultados experimentales, es la de establecer mejor la conección entre el comportamiento observado de la conductancia y el de las funciones de correlación calculadas, ya que las relaciones existentes en equilibrio deben ser revisadas en situaciones de no-equilibrio. En este sentido se hace necesario analizar simultáneamente funciones de autocorrelación y funciones respuesta durante la relajación. Caracterizar al sistema por su violación del teorema de fluctuación-disipación abre la interesante posibilidad de asociar una temperatura efectiva a los modos mas lentos de la relajación [86].

La analogía entre el modelo de Efros y Schklovskii de electrones localizados interactuantes y el de vórtices en superconductores con defectos columnares en el régimen de *variable-range-hopping* ($H_{c1} \ll B < B_\Phi$) hace plausible de que los resultados de este trabajo sean aplicables también a superconductores.

Agradecemos la estimulante colaboración con Daniel Grempel durante el desarrollo de este trabajo.

Capítulo 8

Conclusiones generales

Estudiamos numéricamente los regímenes dinámicos estacionarios de no equilibrio de redes de vórtices impulsadas en films superconductores delgados y en superconductores laminares fuertemente anisotrópicos. Analizamos la mecánica estadística de no equilibrio y caracterizamos las fases y transiciones dinámicas con propiedades experimentalmente accesibles. También estudiamos la dinámica de no equilibrio de relajación un sistema de electrones fuertemente localizados en un aislador de Anderson en relación a la relajación del vidrio de Bose de vórtices en superconductores con defectos columnares en el régimen de *variable-range-hopping*.

- En films superconductores delgados encontramos que por encima de la corriente crítica F_c hay dos transiciones de fase dinámicas en F_p y F_t, las cuales podrían ser observadas mediante mediciones simultáneas del voltaje longitudinal y del voltaje transversal o Hall. En F_p hay una transición de un régimen de flujo plástico a un régimen de flujo esméctico donde el ruido en el voltaje es isotrópico (ruido Hall = ruido longitudinal), hay un pico en la resistencia diferencial y la difusividad transversal es máxima. En F_t hay una transición brusca a un sólido transversal congelado donde el ruido Hall cae abruptamente y el movimiento de vórtices se localiza en la dirección transversal.

- Encontramos escalones de mode-locking en las características corriente-voltaje cuando se aplica una corriente ac paralela o perpendicular a la corriente dc. Para bajas frecuencias hay mode-locking por encima de una amplitud ac finita, mientras que para altas frecuencias hay mode-locking para cualquier fuerza ac pequeña. Esto está correlacionado con la naturaleza del orden temporal longitudinal y transversal en los diferentes regímenes en ausencia de la fuerza ac. El estado sincronizado es un sólido congelado anclado en el sistema de referencia de centro de masa. En el caso de ac longitudinal el desanclaje del escalón muestra flujo plástico e histéresis. Los resultados obtenidos muestran un gran contraste con respecto al caso de anclaje periódico, debido a la naturaleza muy diferente del orden temporal en cada caso.

- Estudiamos también funciones de correlación y funciones respuesta en re-

des de vórtices impulsadas fuera del equilibrio sobre potenciales de anclaje aleatorios. A partir de una relación de fluctuación-disipación generalizada calculamos una temperatura efectiva transversal en la fase fluída en movimiento. Encontramos que la temperatura efectiva decrece incrementando la fuerza impulsora y es aproximadamente igual a la temperatura de fusión de equilibrio del sistema sin anclaje cuando ocurre el congelamiento transversal dinámico. También discutimos como la temperatura efectiva podría ser medida experimentalmente a partir de una fórmula de Kubo generalizada.

- Estudiamos también los regímenes dinámicos en un un modelo tridimensional de vórtices impulsados en superconductores laminares con planos débilmente acoplados y con anclaje fuerte. Por encima de la corriente crítica F_c, encontramos un régimen de flujo plástico en el cual panqueques de distintos planos están desacoplados, correspondiendo a un "gas de panqueques". A una fuerza más alta F, hay un régimen de "flujo esméctico" con orden inter-capa de corto alcance, correspondiendo a un líquido de líneas enredado. A una fuerza aún más alta, los desplazamientos transversales se congelan y los vórtices se correlacionan a lo largo del eje-c, resultando un sólido transversal. Finalmente, a una fuerza F_s los desplazamientos longitudinales se congelan y encontramos un sólido coherente de líneas rígidas.

- Estudiamos la relajación lenta de no equilibrio en sistemas desordenados con estados electrónicos fuertemente localizados mediante simulaciones de Monte Carlo del modelo del vidrio de Coulomb de Efros y Schklovskii. Estudiando funciones de autocorrelación de dos tiempos $C(t, t_w)$ encontramos que a temperaturas suficientemente bajas este sistema cae fuera de equilibrio y presenta envejecimiento simple, $C(t, t_w) \sim f(t/t_w)$, donde t_w es el tiempo de espera o "edad" del sistema. Aumentando la temperatura los efectos de envejecimiento desaparecen, recuperándose la estacionaridad. Los resultados obtenidos están de acuerdo con experimentos recientes en semiconductores dopados y podrían también describir la relajación del vidrio de Bose de vórtices en superconductores con defectos columnares, en el régimen de *variable-range-hopping*, para campos magnéticos $H_{c1} \ll B < B_\Phi$, donde B_Φ es el campo de encaje.

En conclusión, hemos aprendido varias cosas sobre sistemas desordenados fuera del equilibrio. Como hemos discutido ya en las conclusiones de cada capítulo, quedan varias cuestiones abiertas. Y las hay de dos tipos. El primer tipo abarca aquellas cuestiones que tienen que ver con el respaldar más fuertemente los resultados obtenidos: hacer más extensivo el mismo estudio, mejorar la calidad de los resultados, entender los detalles, mejorar los métodos. El segundo tipo abarca a las *nuevas* cuestiones, las que surgieron a partir de nuestros resultados, y las que quizá generaron una nueva forma de pensar algunas cosas. A nuestro parecer, son estas nuevas cuestiones a la vez, el resultado más importante de la tesis.

Bibliografía

[1] F. London. *Superfluids Vol.1: Macroscopic Theory of Superconductivity*, Wiley & Sons, New York, 1950.

[2] V.L. Ginzburg and L.D. Landau. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 20(1064), 1950.

[3] A.A. Abrikosov. *Sov. Phys. JETP*, 5(1174), 1957.

[4] Y. Fasano. *Tesis de Licenciatura en Física*, Instituto Balseiro, 1998.

[5] M. Menghini. *Tesis de Doctorado en Física*, Instituto Balseiro, 2003.

[6] V.L. Ginzburg. *Sov. Phys. Solid State*, 2(1824), 1961.

[7] P.W. Anderson and Y.B. Kim. *Rev. Mod. Phys.*, 36(39), 1964.

[8] A. I. Larkin. *Sov. Phys. JETP*, 31(784), 1970.

[9] J.G. Bednorz and K.A.Müller. *Z. Phys.*, B64(189), 1986.

[10] H. Pastoriza *et. al. Phys. Rev. Lett.*, 72(2951), 1994.

[11] E. Zeldov *et. al. Nature (London)*, 375(373), 1995.

[12] A.P. Young. *Spin Glasses and Random Fields*, World Scientific, Singapore, 1998.

[13] D. R. Nelson. *Phys. Rev. Lett.*, 60(1973), 1988.

[14] G. Blatter *et. al. Rev. Mod. Phys*, 66(1125), 1994.

[15] M.P.A. Fisher. *Phys. Rev. Lett.*, 62(1415), 1989.

[16] T. Giamarchi and P. Le Doussal. *Phys. Rev. Lett.*, 72(1530), 1994.

[17] T. Giamarchi and P. Le Doussal. *Phys. Rev. B*, 52(1242), 1995.

[18] D. R. Nelson and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. Lett.*, 68(2398), 1992.

[19] D. R. Nelson and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. B*, 48(13060), 1993.

[20] C.J. Gorter. *Physica*, 23(45), 1957.

[21] C.J. Gorter. *Phys. Lett.*, 1(69), 1962.

[22] P.W. Anderson. *Phys. Rev. Lett.*, 9(309), 1962.

[23] Y.B. Kim *et.al. Phys. Rev. Lett.*, 12(145), 1964.

[24] A. Schmid and W. Hauger. *J. Low Tem. Phys.*, 11(667), 1973.

[25] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinikov. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 65(1704), 1973. [Sov. Phys. JETP 38, 854 (1974)].

[26] A. T. Fiory. *Phys. Rev. Lett.*, 27(501), 1971.

[27] S. Bhattacharya and M. J. Higgins. *Phys. Rev. Lett.*, 70(2617), 1993.

[28] R. Thorel *et al. J. Phys. (Paris)*, 34(447), 1973.

[29] A. E. Koshelev and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. Lett.*, 73(3580), 1994.

[30] P. Le Doussal and T. Giamarchi. *Phys. Rev. B*, 57(11356), 1998.

[31] L. Balents, M. C. Marchetti and L. Radzihovsky. *Phys. Rev. B*, 57(7705), 1998.

[32] S. Scheidl and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. E*, 57(2574), 1998.

[33] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*, McGraw-Hill, Inc., second edition, 1996.

[34] R.P. Huebener. *Magnetic Flux Structures in Superconductors*, Springer, Second Edition, 2001.

[35] T. Nattermann and S. Scheidl. *Adv. Phys.*, 49(607), 2000.

[36] W.E. Lawrence and S. Doniach. *pag. 361, Proc. 12th, Conf, Low. Temp. Phys.*, E. Kanda (ed.), Kyoto, 1970.

[37] L. Bulaevskii, M. Ledvij and V.G. Kogan. *Phys. Rev. B*, 46(11807), 1992.

[38] J. R. Clem. *Phys. Rev. B*, 43(7837), 1991.

[39] J. Pearl. *Appl. Phys. Lett*, 5(65), 1964.

[40] P.M. Chaikin and T.C. Lubensky. *Principles of condensed matter physics*, Cambridge University Press, 1995.

[41] M. C. Hellerqvist *et al. Phys. Rev. Lett.*, 76(4022), 1996.

[42] S. Ryu and D. Stroud. *Phys. Rev. B*, 54(1320), 1996.

[43] N. K. Wilkin and H. J. Jensen. *Phys. Rev. Lett.*, 79(4254), 1997.

[44] A. van Otterlo, R. T. Scalettar, and G. T. Zimámyi. *Phys. Rev. Lett.*, 81(1497), 1998.

[45] D. Domínguez, N. Grønbech-Jensen and A.R. Bishop. *Phys. Rev. Lett.*, 78(2644), 1997.

[46] A. B. Kolton, D. Domínguez, N. Grønbech-Jensen. *Physica C*, 341-348(1007), 2000.

[47] D. Reefman and H. B. Brom. *Physica C*, 213(229), 1993.

[48] S.R.A Salinas, and C.Tsallis. *Brazilian Journal of Physics*, 29(1), 1999.

[49] T. Giamarchi and S. Bhattacharya. *arXiv:cond-mat*, 0111052, 2001.

[50] P. Chauve, T. Giamarchi, and P. Le Doussal. *Phys. Rev. B*, 62(6241), 2000.

[51] N. Grønbech-Jensen, A. R. Bishop and D. Domínguez. *Phys. Rev. Lett.*, 76(2985), 1996.

[52] F. Pardo, F. de la Cruz, P. L. Gammel, E. Bucher, and D. J. Bishop. *Nature (London)*, 396(348), 1998.

[53] A. M. Troyanovski *et al. Nature (London)*, 399(665), 1999.

[54] T. Giamarchi and P. Le Doussal. *Phys. Rev. Lett.*, 76(3408), 1996.

[55] V.I. Marconi. *Tesis de Doctorado en Física*, Instituto Balseiro, 2002.

[56] M. C. Faleski *et al. Phys. Rev. B*, 54(12427), 1996.

[57] S. Spencer and H. J. Jensen. *Phys. Rev. B*, 55(8473), 1997.

[58] I S. Aranson, S. Scheidl and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. B*, 58(14541), 1998.

[59] H. J. Jensen, A. Brass, and A. J. Berlinsky. *Phys. Rev. Lett.*, 60(1676), 1988.

[60] A.-C. Shi and A. J. Berlinsky. *Phys. Rev. Lett.*, 67(1926), 1991.

[61] A. E. Koshelev. *Physica C*, 198C(371), 1992.

[62] C. Reichhardt *et al. Phys. Rev. Lett.*, 78(2648), 1997.

[63] C. J. Olson, C. Reichhardt and F. Nori. *Phys. Rev. Lett.*, 80(2197), 1998.

[64] T. Giamarchi and P. Le Doussal. *Phys. Rev. Lett.*, 76(3408), 1996.

[65] S. Scheidl and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. B*, 57(13800), 1998.

[66] S. Scheidl and V. M. Vinokur. *Phys. Rev. B*, 56(R8522), 1997.

[67] S. Bhattacharya and M. J. Higgins. *Phys. Rev. B*, 52(64), 1995.

[68] M. J. Higgins and S. Bhattacharya. *Physica (Amsterdam)*, 257C(232), 1996.

[69] U. Yaron *et al. Nature (London)*, 376(743), 1995.

[70] K. Moon, R. T. Scalettar and G. Zimányi. *Phys. Rev. Lett.*, 77(2778), 1996.

[71] C. J. Olson, C. Reichhardt and F. Nori. *Phys. Rev. Lett.*, 81(3757), 1998.

[72] D. Domínguez. *Phys. Rev. Lett.*, 82(181), 1999.

[73] I. Aranson, A. Koshelev and V. Vinokur. *Phys. Rev. B*, 56(5136), 1997.

[74] N. Grønbech-Jensen. *Int. J. Mod. Phys. C*, 7(873), 1996.

[75] W. J. Yeh and Y. H. Kao. *Phys. Rev. B*, 44(360), 1991.

[76] A. C. Marley *et al. Phys. Rev. Lett.*, 74(3029), 1995.

[77] R. D. Merithew *et al. Phys. Rev. Lett.*, 77(3197), 1996.

[78] M. W. Rabin *et al. Phys. Rev. B*, 57(R720), 1998.

[79] T. Tsuboi *et al. Phys. Rev. Lett.*, 80(4550), 1998.

[80] *teselado, da*: del latín, *tessellatus*, adjetivo que significa formado por teselas. *tesela*: del latín *tessella*, significa "cada una de las piezas cúbicas de mármol, piedra, barro cocido o cualquier otra material, con que los antiguos formaban los pavimentos de mosaico". referencia: edición xix del diccionario de la real academia española.

[81] N. Grønbech-Jensen *et al. Phys. Rev. B*, 46(11149), 1992.

[82] Georges J. L. Bouchaud, A. *Physics Reports*, 195(127), 1990.

[83] G. Matheron and G. de Marsily. *Water Resour. Res.*, 16(901), 1980.

[84] M. C. Marchetti *et al. arXiv:*, cond-mat/(0302275v1), 2003.

[85] ver http://cabtes55.cnea.gov.ar/miembros/koltona.

[86] L. Cugliandolo. *Lecture notes, Les Houches*, arXiv:(cond-mat/0210312), 2002.

[87] H. Fanghor, S. J. Cox, and P. A. J. de Groot. *Phys. Rev. B*, 64(064501), 2001.

[88] K. Sanders M. C. Marchetti. *Phys. Rev. B*, 66(224113), 2002.

[89] L. Cugliandolo, J. Kurchan, and L. Peliti. *Phys. Rev. E*, 55(3898), 1997.

[90] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinikov. *J. Low Temp. Phys.*, 34(409), 1979.

[91] Z. L. Xiao *et.al. Phys. Rev. Lett.*, 85(3265), 2000.

[92] A. B. Kolton, D. Domínguez, N. Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. Lett.*, 83(3061), 1999.

[93] D. López *et al. Phys. Rev. Lett.*, 76(4034), 1996.

[94] P. Olsson and S. Teitel. *Phys. Rev. Lett.*, 82(2183), 1999.

[95] C. J. Olson, R. T. Scalettar, and G. T. Zimámyi. *Phys. Rev. B*, 62(3612), 2000.

[96] N. Grønbech-Jensen. *Comp. Phys. Comm.*, 119(115), 1999.

[97] C. J. Olson, G. T. Zimámyi, A. B. Kolton and N. Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. Lett.*, 85(5416), 2000.

[98] H. Fanghor, A. E. Koshelev, and M. J. W. Dodgson. *arXiv:*, cond-mat/(0210580v1), 2002.

[99] O. Tsui *et al. Phys. Rev. Lett.*, 73(724), 1994.

[100] L. Bulaevskii, M. Maley and M. Tachiki. *Phys. Rev. Lett.*, 74(801), 1994.

[101] Comunicación personal con Mariela Menghini.

[102] A. B. Kolton, D. Domínguez, C. J. Olson, N. Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. B*, 62(R14657), 2000.

[103] S. Shapiro. *Phys. Rev. Lett.*, 11(80), 1963.

[104] G. Grüner. *Rev. Mod. Phys*, 60(1129), 1988.

[105] S. Bhattacharya, J. P. Stokes, M. J. Higgins, and R. A. Klemm. *Phys. Rev. Lett.*, 59(1849), 1987.

[106] M. J. Higgins, A. A. Middletton, and S. Bhattacharya. *Phys. Rev. Lett.*, 70(3784), 1993.

[107] L. Sneddon, M.C. Cross, and D.S. Fisher. *Phys. Rev. Lett.*, 49(292), 1982.

[108] S. N. Coppersmith and P. B. Littlewood. *Phys. Rev. Lett.*, 57(1927), 1986.

[109] A. A. Middleton, O. Biham, P. B. Littlewood, and P. Sibani. *Phys. Rev. Lett.*, 68(1586), 1992.

[110] E. Barthel *et al. Phys. Rev. Lett.*, 71(2825), 1993.

[111] S. Benz, M. S. Rzchowski, M. Tinkham, and C. J. Lobb. *Phys. Rev. Lett.*, 64(693), 1990.

[112] P. Martinoli, O. Daldina, C. Leemann, and E. Stocker. *Solid State Commun.*, 17(207), 1975.

[113] L. Van Look, E. Rosseel, M. J. Van Bael, K. Temst, V. V. Moshchalkov. *Phys. Rev. B*, 60(R6998), 1999.

[114] C. Reichhardt, R. T. Scalettar, G. T. Zimányi, and Niels Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. B*, 61(R11914), 2000.

[115] J. M. Harris, N. P. Ong, R. Gagnon, and L. Taillefer. *Phys. Rev. Lett.*, 74(3684), 1995.

[116] Y. Togawa, R. Abiru, K. Iwaka, H. kitano, and A. Maeda. *Phys. Rev. Lett.*, 85(3716), 2000.

[117] L. Balents and M. P. A. Fisher. *Phys. Rev. Lett.*, 75(4270), 1995.

[118] K. E. Bassler, M. Paczuski, and E. Altshuler. *Phys. Rev. B*, 64(224517), 2001.

[119] C. Reichhardt, A. B. Kolton, D. Domínguez, and Niels Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. B*, 64(134508), 2001.

[120] D. Domínguez V. I. Marconi, A. B. Kolton and N. Grønbech-Jensen. *arXiv:*, cond-mat/(0304402), 2003.

[121] A. B. Kolton, D. Domínguez, N. Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. Lett.*, 86(4112), 2001. [88, 079902(E),2002].

[122] S. O. Valenzuela and V. Bekeris. *Phys. Rev. Lett.*, 86(504), 2001.

[123] S. O. Valenzuela and V. Bekeris. *Phys. Rev. Lett.*, 88(247003), 2002.

[124] R. Besseling *et.al. arXiv:*, cond-mat/(0304046), 2003.

[125] R. Besseling *et.al. arXiv:*, cond-mat/(0302187), 2003.

[126] N. Kokubo *et.al. Phys. Rev. Lett.*, 88(247004), 2002.

[127] A. B. Kolton, D. Domínguez, N. Grønbech-Jensen. *Phys. Rev. B*, 65(184508), 2002.

[128] L. Cugliandolo and J. Kurchan. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 69(247), 2000.

[129] L. Cugliandolo and J. Kurchan. *Phys. Rev. Lett.*, 71(173), 1993.

[130] L. Cugliandolo and J. Kurchan. *J. Phys. A*, 27(5749), 1994.

[131] Th. M. Nieuwenhuizen. *J. Phys. A*, 31(L201), 1998.

[132] S. Franz and H. Rieger. *J. Stat. Phys.*, 79(749), 1995.

[133] G. Parisi. *Phys. Rev. Lett.*, 79(3660), 1997.

[134] J.-L. Barrat and W. Kob. *Europhys. Lett.*, 46(637), 1999.

[135] R. Di Leonardo *et al. Phys. Rev. Lett.*, 84(6054), 2000.

[136] T. S. Grigera and N. Israeloff. *Phys. Rev. Lett.*, 83(5038), 2000.

[137] L. Bellon *et al. Europhys. Lett.*, 53(511), 2000.

[138] D. Herisson and M. Ocio. *Phys. Rev. Lett.*, 88(257202), 2002.

[139] A. Barrat *et al. Phys. Rev. Lett.*, 85(5034), 2000.

[140] H. Maske and J. Kurchan. *Nature (London)*, 415(614), 2002.

[141] A. Barrat *et al.*

[142] L. Berthier *et al. Phys. Rev. E*, 61(5464), 2000.

[143] J.-L. Barrat and L. Berthier. *Phys. Rev. E*, 63(12503), 2001.

[144] L. Berthier and J.-L. Barrat. *J. Chem. Phys.*, 116(6228), 2002.

[145] L. Cugliandolo *et al. Phys. Rev. Lett.*, 78(350), 1997.

[146] J. M. Caillol *et al. J. Stat. Phys.*, 28(325), 1982.

[147] H. Yoshino. *Phys. Rev. Lett.*, 81(1493), 1998.

[148] I. K. Ono *et al. Phys. Rev. Lett.*, 89(095703), 2002.

[149] J. R. Clem. *Phys. Rep.*, 75(1), 1981.

[150] Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. Lett.*, 79(459), 1997.

[151] A. Vaknin, Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. Lett.*, 81(669), 1998.

[152] A. Vaknin, Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. B*, 61(6692), 2000.

[153] A. Vaknin, Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. Lett.*, 84(3402), 2000.

[154] A. Vaknin, Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. B*, 65(134208), 2002.

[155] A. L. Efros and B. I. Shklovskii. *J. Phys. C*, 12(L49), 1975.

[156] J. H. Davies, P. A. Lee, andT. M. Rice. *Phys. Rev. Lett.*, 49(758), 1982.

[157] U. C. Täuber, H. Dai, D. R. Nelson, and C. M. Lieber. *Phys. Rev. Lett.*, 74(5132), 1995.

[158] B. I. Shklovskii and A. L. Efros. *Electronic Properties of Doped Semiconductors, Springer-Verlag, Berlin*, 1984.

[159] A. L. Efros and B. I. Shklovskii. *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems, Edited by A.L. Efros and M. Pollak*, Elsevier Science Publishers B.V.(409), 1985.

[160] S.D. Baranovskii, B.I. Shklovskii, and A.L. Efros. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 78(395), 1980.

[161] S.D. Baranovskii *et.al. J. Phys. C*, 12(1023), 1979.

[162] H. Dai *et. al. Science*, 265(1552), 1994.

[163] S. Behler *et al. Phys. Rev. Lett.*, 72(1750), 1994.

[164] N.F. Mott. *J. Non-Cryst. Solids*, 1(1), 1968.

[165] M. Pollak and M. Ortuño. *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems, Edited by A.L. Efros and M. Pollak*, Elsevier Science Publishers B.V.(287), 1985.

[166] I Morgenstern, K. Binder, R.M. Hornreich. *Phys. Rev. B*, 23(287), 1981.

[167] W. Xue and P.A. Lee. *Phys. Rev. B*, 38(9093), 1988.

[168] E.R. Grannan and C. Yu. *Phys. Rev. Lett.*, 71(3335), 1993.

[169] T. Vojta and M. Schreiber. *Phys. Rev. Lett.*, 73(2933), 1994.

[170] M. Ben-Chorin, Z. Ovadyahu, and M. Pollak. *Phys. Rev. B*, 48(15025), 1993.

[171] M. Pollak. *Philos. Mag. B*, 50(265), 1984.

[172] A.A. Mogilyanskii and M.E. Raikh. *Sov.Phys.JETP*, 68(1081), 1989.

[173] C. Yu. *Phys. Rev. Lett.*, 82(4074), 1999.

[174] L. Civale *et al. Phys. Rev. Lett.*, 67(648), 1991.

[175] U. C. Täuber and D. R. Nelson. *Phys. Rev. B*, 52(10106), 1995.

[176] J. Lekner. *Physica A*, 176(485), 1991.

[177] S.D. Baranovskii and A.A. Uzakov. *Solid State Commun.*, 36(829), 1980.

[178] E.R. Grannan and C. Yu. *Phys. Rev. Lett.*, 73(2934), 1994.

[179] M. Matsumoto, K. Hukushima, and J. Takayama. *arXiv:*, cond-mat/(0204225), 2002.

[180] R.N. Bhatt and A.P.Young. *Europhys. Lett.*, 20(59), 1992.